12. *Zwei Sätze über die Matrizen.*

By Shôkichi IYANAGA.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.
(Rec. Feb. 1, 1930. Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Feb. 12, 1930.)

Satz I: Von einer $(k, k+m)$-reihigen Matrix:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,k+m} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \dots & a_{kk} & a_{k,k+1} & \dots & a_{k,k+m} \end{pmatrix}$$

verschwinden alle Unterdeterminanten k-ten Grades ausser

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix},$$

doch sei Δ von Null verschieden.[1] Dann ist

$$a_{i,k+j} = 0. \qquad \begin{pmatrix} i=1, 2, \dots\dots k. \\ j=1, 2, \dots\dots m. \end{pmatrix}$$

Beweis: Wir beweisen $a_{1,k+1}=0$.

Wir denken uns die Determinante:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} & a_{1,k+1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{1k} & \dots & a_{kk} & a_{k,k+1} \\ a_{11} & \dots & a_{1k} & 0 \end{vmatrix}$$

auf zwei Arten entwickelt.

Erstens, nach der letzten Zeile; dann folgt nach der Vorraussetzung $\qquad D=0.$

Zweitens, nach dem letzten Spalte; dann erhalten wir

$$D = \pm a_{1,k+1}\Delta.$$

Und nach der Voraussetzung ist $\Delta \neq 0$.

Also $\qquad a_{1,k+1}=0.$

Satz II: Es sei $A=(a_{pq}) \qquad p, q=1, 2, \dots\dots n.$

eine (n, n)-reihige Matrix, und

$$A^{(k)}=(A_{\mu\nu}) \qquad \mu, \nu=1, 2, \dots\dots \lambda=\binom{n}{k}, \quad (n \geqq k)$$

---

1) Präziser: es braucht, wie man aus dem Beweise ersieht, nicht *alle* Unterdeterminanten k-ten Grades ausser Δ zu verschwinden; sondern nur die, die $k-1$ Spalten von Δ enthalten.