25. *Remarque sur un théorème de M. Pacquement.*

Par Tadahiko KUBOTA.
Math. Institute, Tohoku Imp. Univ., Sendai.
(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Mar. 13, 1933.)

Dans le tome 194, p. 2269 des Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris, M. Pacquement a démontré par un théorème de M. E. Halphen en employant une surface engendrée par les droites touchant q, rencontrant Δ_1 et Δ_2, circonscrite à q suivant une biquadratique gauche Γ, qui admet Δ_1 et Δ_2 comme sécantes doubles le théorème suivant:

Étant données une quadrique q, et deux droites Δ_1, Δ_2, le rapport anharmonique des plans tangents à q issus de Δ_1 et des plans contenant Δ_1 et les points d'intersection de Δ_2 avec q est égal au rapport analogue relatif à Δ_2.

Je voudrais faire remarquer ici qu'on peut démontrer le théorème immediatement de la manière suivante:

Si l'on considère la quadrique q comme l'absolu de l'espace non-euclidien par la méthode de Klein, et si l'on definit l'angle de deux plans α, β contenant une droite Δ par

$$\frac{1}{2i}\log(\alpha, \beta;\ m_1, m_2)$$

où m_1, m_2 designent deux plans contenant Δ qui touchent la quadrique q, le théorème est transformé au théorème suivant:

Étant données deux droites Δ_1, Δ_2 qui ne sont pas sur un même plan dans l'espace non-euclidien, l'angle de deux plans issus de Δ_1 parallèles à la droite Δ_2 est égal à l'angle de deux plans issus de Δ_2 parallèles à la droite Δ_1.

Il suffit alors de démontrer le seconde théorème.

Si l'on considère la perpendiculaire commune $M_1 M_2$ de deux droites Δ_1, Δ_2 où M_1, M_2 sont respectivement les points d'intersection de Δ_1, Δ_2 avec $M_1 M_2$ on voit qu' il existe une rotation autour d'une droite elle-même perpendiculaire à la droite $M_1 M_2$ au milieu de ce segment $M_1 M_2$ de telle manière que cette rotation transforme l'une dans l'autre les droites Δ_1, Δ_2. D'òu l'on voit que par la rotation les deux angles sont interchangeables; donc le théorème est complètement démontré.

Le 2 mars, 1933.