17. Über einige Eigenschaften der polaren Kongruenzen, I.

Von Yasuo MÔRI.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Feb. 12, 1934.)

Es sei F eine Fläche des gewöhnlichen projektiven Raumes R_3.

Jedem allgemeinen Flächenpunkte P entspricht ein Büschel der Quadriken von Darboux, welche sämtlich die Berührung zweiter Ordnung mit F in P besitzen. Im Büschel von Darboux ist bekanntlich die Quadrik von Lie dadurch gekennzeichnet, dass sie drei Tangenten an die Asymptotenlinien des anderen Systems durch drei unendlich benachbarte Punkte einer Asymptotenlinie als Erzeugenden enthälten.

In den folgenden Zeilen geben wir eine andere geometrische Festlegung der Lie-Quadrik im Büschel von Darboux.

Es seien $x_i(u, v)$ $(i=1, 2, 3, 4)$ die homogenen Koordinaten des Flächenpunktes P_x und sollen u-Linien und v-Linien, wie wir annehmen wollen, die krummen Asymptotenlinien von F sein. Dann genügen $x_i(u, v)$ einem integrierbaren System von Differentialgleichungen, die man auf die folgende Fubini'sche kanonische Form bringen kann:[1)]

$$(1)\qquad x_{uu}=p_{11}x+\theta_u x_u+\beta x_v\,,$$
$$x_{vv}=p_{22}x+\gamma x_u+\theta_v x_v\,.\qquad (\theta=ln\beta\gamma)$$

Wir beziehen einen beliebigen Punkt Q des Raumes auf das lokale Tetraheder $xx_ux_vx_{uv}$, und bezeichnen seine lokalen Koordinaten mit x_1, x_2, x_3, x_4.

Man betrachte jetzt eine beliebige Kongruenz H_1, deren Erzeugende die Verbindungsgerade $l_1(x, y)$ der Punkte x und y ist:

$$(2)\qquad y=-ax_u-bx_v+x_{uv}$$

Hierbei bedeuten die Koeffizienten a, b die skalaren Funktionen von u und v.

Es sei H_2 die polare Kongreuenz von H_1 bezüglich irgend einer Quadrik von Darboux. Die erzeugende Gerade l_2 von H_2 ist:

$$(3)\qquad x_1+bx_2+ax_3=0\,,$$
$$x_4=0\,.$$

---

1) G. Fubini: Fondamenti della geometria proiettivo-differenziale di una superficie, Atti di Torino, **53**, 1918, p. 1033.