24. Über die Geometrie des Systems der partiellen Differentialgleichungen dritter Ordnung.

Von Shisanji HOKARI.
Geometrisches Seminar der Hokkaido Kaiserlichen Universität, Sapporo.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., March 12, 1940.)

1. Die Geometrie der Bahnen (paths) ist zuerst von J. Douglas im Falle des verallgemeinerten Systems der partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$\frac{\partial^2 x^i}{\partial u^\alpha \partial u^\beta}+H^i_{\alpha\beta}\left(x^j, \frac{\partial x^j}{\partial u^\gamma}\right)=0 \tag{1}$$

$$(i, j, \dots=1, 2, \dots, n\,;\ \alpha, \beta, \dots=\dot{1}, \dot{2}, \dots, \dot{K}\,;\ K<n)$$

erweitert worden[1]. Nach einigen Jahren hat E. Bortolotti auf ein solches System (1) ($H^i_{\alpha\beta}$: von den Parametern u^γ abhängig) eine neue Geometrie, die *intrinsik* genannt wird, unter der Gruppe aller Koordinaten- und Parameter-transformationen aufgebaut[2]. Die intrinsike Theorie dieses Systems ist auch von D. D. Kosambi durch die ihm eigentümliche Variationsmethode gemacht worden[3]. Herren Prof. Dr. A. Kawaguchi und H. Hombu haben im Jahre 1937 eine schöne allgemeine geometrische Theorie des Systems der partiellen Differentialgleichungen $m(\geqq 2)$-ter Ordnung gebracht; aber diese Theorie ist meistens *affin*[4]. Es stellt sich die ausserordentliche Schwierigkeit der Grundlegung der intrinsiken geometrischen Theorie der partiellen Differentialgleichungen m-ter Ordnung für $m\geqq 3$ und $K\geqq 2$ heraus; und die intrinsike Theorie im Falle $m=3$ ist neulich *nur für die spezielle Form von* $H^i_{\alpha\beta\gamma}$ entwickelt worden[5].

In der vorliegenden Arbeit möchten wir uns mit der Grundlegung der intrinsiken Theorie des Systems der partiellen Differentialgleichungen dritter Ordnung beschäftigen. Den Fall anderer Werte von $m(>3)$ werden wir später behandeln[6].

---

1) J. Douglas, Systems of K-dimensional manifolds in an N-dimensional space, Math. Annalen, **105** (1931), 707–733.

2) E. Bortolotti, Trasporti non lineari: geometria di un sistema di equazioni alle derivate parziali del 2° ordine, Rendiconti di Lincei, (7), **23** (1936), 16–21, 104–110, 175–180.

3) D. D. Kosambi, The tensor analysis of partial differential equations, Tensor, Japan, **2** (1939), 36–39.

4) A. Kawaguchi und H. Hombu, Die Geometrie des Systems der partiellen Differentialgleichungen, J. Fac. Sci., Hokkaido Imp. Univ., (I), **6** (1937), 21–62.

5) T. Ohkubo, Die Geometrie der partiellen Differentialgleichungen dritter Ordnung, ibid., 113–124; H. Hashimoto, On the geometry of a system of partial differential equations of third order, ibid., **8** (1940), 163–172.

6) Für $m\geqq 3$ und $K=1$, d. h. im Falle des Systems der gewöhnlichen Differentialgleichungen m-ter Ordnung: $\frac{d^m x^i}{dt^m}+H^i\left(t, x^j, \frac{dx^j}{dt}, \dots, \frac{d^{m-1}x^j}{dt^{m-1}}\right)=0$, haben wir die intrinsike Theorie systematisch entwickelt; siehe S. Hokari, Zur neuen Behandlung der Geometrie des Systems der gewöhnlichen Differentialgleichungen höherer Ordnung, J. Fac. Sci., Hokkaido Imp. Univ., (I), **8** (1940), 47–62.