

61. Sur la théorie des hypersurfaces dans un espace à connexion conforme.

Par Kentaro YANO et Yosio MUTÔ.

Institut Mathématique, Université Impériale de Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., July 12, 1940.)

Dans un Mémoire récent, un des présents auteurs¹⁾ a étudié la théorie des espaces à connexion conforme à l'aide du repère mobile naturel de M. E. Cartan et a examiné en détail la relation entre la théorie de M. E. Cartan²⁾ et celle de l'Ecole de Princeton.³⁾ Il a étudié aussi la théorie des courbes, en particulier, la théorie des circonférences généralisées⁴⁾ dans cet espace à connexion conforme.

Nous avons continué cette étude en considérant hypersurfaces et courbes sur ces hypersurfaces dans l'espace à connexion conforme. Dans cette Note, nous en exposerons quelques résultats. Le détail sera publié ailleurs.

§ 1. Considérons une variété à connexion conforme. Dans chaque espace conforme tangent à un point courant A_0 , on prend un repère mobile $(n+2)$ -sphérique formé avec deux points A_0 et A_∞ et n sphères A_i ($i, j, k, \dots = 1, 2, 3, \dots, n$) passant par A_0 et A_∞ de manière qu'on ait

$$(1.1) \quad A_0 A_0 = A_\infty A_\infty = A_0 A_i = A_\infty A_i = 0, \quad A_0 A_\infty = -1 \text{ et } A_j A_k = g_{jk}$$

où les g_{jk} sont, en général, les fonctions des coordonnées u^i .

Cela étant, la connexion conforme est donnée par les équations de la forme

$$(1.2) \quad dA_B = \omega_B^C A_C \quad (A, B, C, \dots = 0, 1, 2, \dots, n, \infty)$$

où les ω_B^C sont les formes de Pfaff satisfaisant aux relations

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \omega_0^\infty = \omega_\infty^0 = 0, \quad \omega_0^i g_{ij} - \omega_j^\infty = 0, \quad \omega_\infty^i g_{ij} - \omega_j^0 = 0, \\ \omega_0^0 + \omega_\infty^\infty = 0, \quad \omega_j^i g_{ik} + \omega_k^i g_{ij} = dg_{jk}. \end{aligned}$$

Or, on peut facilement démontrer que le repère mobile $(n+2)$ -sphérique $[A_0, A_i, A_\infty]$ peut être choisi de manière à avoir

$$(1.4) \quad \omega_0^0 = p_i du^i = du^0, \quad \omega_0^i = du^i.$$

On appelle repère mobile semi-naturel un repère $[A_0, A_i, A_\infty]$ satisfaisant aux conditions (1.4). La connexion conforme étant complètement déterminée par

1) K. Yano: Sur la théorie des espaces à connexion conforme. Journal of the Faculty of Science. Imperial University of Tokyo. Section I. Tome 4 (1939), 1-59.

2) E. Cartan: Les espaces à connexion conforme. Annales de la Soc. Polonaise de Math. 2 (1923), 171-221.

3) T. Y. Thomas: Differential invariants of generalized spaces. Cambridge University Press. 1935.

4) K. Yano: Sur les circonférences généralisées dans un espace à connexion conforme. Proc. 14 (1938), 329-332.