6. Über die mit einer Kollineation vertauschbaren Kollineationen.

Von Tiyoko KUROSAKI.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Jan. 13, 1941.)

Es sei eine Kollineation $[A]$ mit der zugehörigen Matrix A in einem beliebigen Körper K vorgegeben. Ist P die Matrix einer mit $[A]$ vertauschbaren Kollineation $[P]$, so ist

$$PA = cAP$$

mit c aus K. Die sämtlichen mit $[A]$ vertauschbaren Kollineationen bilden einen Multiplikationsbereich Γ. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung dieses Bereiches.

Es sei

$$|xE - A| = \varphi_1^{e_1}(x)\varphi_2^{e_2}(x)\dots\varphi_t^{e_t}(x)$$

die Zerlegung der charakteristischen Determinante von A in irreduzible Polynome. Der Grad des irreduziblen Polynoms $\varphi_i(x)$ sei gleich k_i.

$$\varphi_i(x) = x^{k_i} + a_{k_i-1}^{(i)}x^{k_i-1} + \dots + a_0^{(i)}.$$

Dann lässt sich $|xE - cA|$ folgendermassen zerlegen:

$$|xE - cA| = \psi_1^{e_1}(x)\psi_2^{e_2}(x)\dots\psi_t^{e_t}(x),$$

$$\psi_i(x) = x^{k_i} + a_{k_i-1}^{(i)}cx^{k_i-1} + \dots + a_0^{(i)}c^{k_i}.$$

Dann und nur dann besitzt die Gleichung $PA = cAP$ eine Lösung P, wenn $|xE - A|$ und $|xE - cA|$ gemeinsamen Faktor hat, also, wenn $\varphi_j(x) = \psi_i(x)$ mindesten für ein Paar (i, j) ist. Wir nehmen nun eine Teilmenge M von K an, die aus von Null verschiedenen Elementen besteht. Dann kann man die Eigenwerte von A in Klassen einteilen, indem man zwei Eigenwerte γ, δ in eine Klasse zusammenfasst, wenn $\frac{\gamma}{\delta}$ oder $\frac{\delta}{\gamma}$ in M liegt. Dadurch kann man die t Polynome $\varphi_i(x)$ auch in Klassen einteilen, so dass zwei in einer selben Klasse gehörige Eigenwerte Nullstelle der in einer selben Klasse gehörigen Polynome sind. Besteht M nur aus 1, so handelt es sich um die Vertauschbarkeit der Matrizen in üblichem Sinne und jede Klasse der Polynome besteht aus einzelnem Polynom $\varphi_i(x)$[1].

Sind $\alpha, c\alpha$ beides Wurzeln einer selben Gleichung d. h. ist $\varphi_i(x) =$

---

1) G. Frobenius, Über die mit einer Matrix vertauschbaren Matrizen, Berliner Sitzungsberichte, (1910), 3–15. K. Shoda, Über die mit einer Matrix vertauschbaren Matrizen, Math. Zeitschr., **29** (1929), 696–712.