4. *Zur konformen Schlitzabbildung.*

Von Yûsaku KOMATU.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.
(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Jan. 13, 1941.)

Aufgabe der vorliegenden Arbeit[1] ist es, eine Eigenschaft der stetigen Funktion $\varkappa(t)$, die im Löwnerschen Satze über die beschränkten Schlitzabbildungen[2] auftritt, abzuleiten. Wir bezeichnen mit B, wie vorher, einen beschränkten Schlitzbereich, d. h. einen Bereich, welcher dadurch hervorgeht, daß man den Einheitskreis längs eines von der Peripherie ausgehenden Jordanbogens L aufschneidet, der den Nullpunkt nicht enthält. Dann lautet der Löwnersche Satz:

Zu jeder schlichten normierten Abbildung

$$w=f(z)=e^{-t_0}(z+\cdots) \qquad t_0\geqq 0$$

von einem Schlitzbereiche B mit einem Schlitze L der w-Ebene auf den Einheitskreis der z-Ebene lassen sich eine einparametrige (mit reellem Parameter) Funktionenschar $f(z, t)$ und eine stetige Funktion $\varkappa(t)$ mit $|\varkappa(t)|=1 (0\leqq t\leqq t_0)$ so bestimmen, daß die Funktion $f(z)$ als das Integral $f(z, t_0)$ der Differentialgleichung

$$\frac{\partial f(z,t)}{\partial t}=-f(z,t)\frac{1+\varkappa(t)f(z,t)}{1-\varkappa(t)f(z,t)}, \qquad f(z,0)=z \qquad (|z|<1)$$

gewonnen werden kann.

Die Funktion

$$w_t=f(z,t)=e^{-t}(z+\cdots)$$

vermittelt auch die schlichte Abbildung vom beschränkten Schlitzbereiche B_t mit dem Schlitze L_t in der w_t-Ebene auf den Einheitskreis $|z|<1$ und der auf der Peripherie liegende Endpunkt von L_t ist gerade $\bar{\varkappa}(t)=e^{-i\theta(t)}$. Nehmen wir nun an, daß der Schlitz $L=L_{t_0}$ eine analytische Kurve sei, dann ist der Schlitz $L_t (0<t<t_0)$ auch analytisch und er mündet bekanntlich, wie aber auch unten gezeigt werden soll, in die Peripherie $|w_t|=1$ orthogonal ein. Die *Krümmung* von L_t im Einmündungspunkte $\bar{\varkappa}(t)$ sei $\rho(t)$. Es gilt dann der

Satz: Es sei der Schlitz L eine analytische Kurve. Dann ist die Funktion $\theta(t)=\arg\varkappa(t)$ *differenzierbar und es gilt*

$$\frac{d\theta(t)}{dt}=3\rho(t) \qquad (0<t<t_0).$$

1) Sie schließt sich an meine Mitteilung an: Über einen Satz von Herrn Löwner, Proc. **16** (1940), 512–514.

2) K. Löwner, Untersuchungen über schlichte konforme Abbildungen des Einheitskreises. I, Math. Ann. **89** (1923), 103–121. Vgl. hierzu auch die Mitteilung der Fußnote 1).