41. *Gemeinsame Behandlung der Äquivalenzprobleme der Kurven in der elliptischen Laguerreschen, parabolischen Laguerreschen und hyperbolischen Laguerreschen Ebene*[1].

Von Tsurusaburo TAKASU.

Mathematisches Institut der Tohoku Kaiserlichen Universität, Sendai.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., June 12, 1941.)

1. *Einleitung.* Auf Grund von einer von meinen vorherigen Arbeiten[2] möchte ich im folgenden die Äquivalenzprobleme der Kurven in der elliptischen Laguerreschen[3], parabolischen Laquerreschen und hyperbolischen Laquerreschen Ebene gemeinsam behandeln.

2. *Die zu Grunde liegenden komplexen Zahlen.* Setzt man nach Euler, Clifford, Weierstrass und Cayley mit reellen Zahlen x, y:

$$z=x+my\,,\qquad \bar{z}=x-my\,,$$

$m=i$, $i^2=-1$, | $m=p=$ Infinitesimale, $p^2=0$, | $m=h$, $h^2=+1$,

so sind die Geradenkoordinaten in der m-Laguerreschen Ebene ($m=e, p, h$) durch

$$(1)\quad \begin{cases} \sigma\cdot\mathfrak{u}_1=\operatorname{cosm}\varphi=\dfrac{e^{m\varphi}+e^{-m\varphi}}{2}\,, & \sigma\cdot\mathfrak{u}_2=-im\operatorname{sinm}\varphi=-i\dfrac{e^{m\varphi}-e^{-m\varphi}}{2}\,, \\ \sigma\cdot\mathfrak{u}_3=i\,,\quad \sigma\cdot\mathfrak{u}_4=-P & \left(\sigma\neq 0,\ (\mathfrak{u}\mathfrak{u})_3\equiv 0\right) \end{cases}$$

dargestellt.

Die m-Laguerre-geometrischen Koordinaten

des orientierten Kreises	der orientierten Parabel[4]	der orientierten Hyperbel

$$(2)\qquad (x-a)^2-(my-mb)^2=\varepsilon r^2\,,\qquad (\varepsilon=\pm 1)\,,$$

$m=i$,	$m=h$,	$m=p=$ Infinitesimale, $p^2=0$,
$i^2=-1$,	$h^2=+1$,	$-p^2b=2d=$ endlich, $\sqrt{\varepsilon}\,r=p\sqrt{b(2b'-b)}$,

sind:

$$(3)^{5)}\quad \xi_1=a\,,\quad \xi_2=-imb\,,\quad \xi_3=i\sqrt{\varepsilon}\,r\,,\quad \bar{\xi}_4=1\,,\quad \xi_4=-\frac{1}{2}\{(\xi\xi)_3-1\}\,.$$

---

1) Dieses Stück gehört zur Reihe von Untersuchungen, welche finanziell vom Unterrichtsministerium unterstützt sind.

2) T. Takasu, Gemeinsame Behandlungsweise der elliptischen Laguerreschen, hyperbolischen Laguerreschen und parabolischen Laguerreschen Differentialgeometrien. Proc. **16** (1940), 346–349.

3) Dieser Fall verdanken wir wesentlich Herrn T. Kubota: Beiträge zur Inversionsgeometrie und Laguerre-Geometrie. Jap. J. Math., **1** (1924); On the Differential Invariants of the Laguerre Group. Proc. Cambridge Phil. Soc., **2** (1924). *Siehe auch die Schlussbemerkung!*

4) Dies wird zu: $(x-a)^2=4d.(y-b')$, $\varepsilon=+1$.

5) Im Falle $m=p$ ist: $\xi_1=a$, $\xi_2=\dfrac{2id}{p}$, $\xi_3=-\sqrt{d}\sqrt{b'+\dfrac{d}{p^2}}$, $\bar{\xi}_4=1$.