2. *Struktur der Divisionsalgebren über diskret bewerteten perfekten Körpern.*

Von Mikao MORIYA.

Mathematisches Institut der Kaiserlichen Hokkaido Universität, Sapporo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Jan. 12, 1942.)

1. Es sei k ein perfekter Körper in bezug auf eine (Exponenten-) Bewertung w, und D eine Divisionsalgebra vom Range m mit k als Koeffizientenkörper. Dann kann man stets die Bewertung w von k auf eine einzige und zwar auf folgende Weise in D fortsetzen:

Ist α ein Element aus D und $f(x)=x^{\mu}+\cdots+a_{\mu}$ das Minimalpolynom von α über k, so setze man: $w(\alpha)=\frac{1}{\mu}\big(w(a_{\mu})\big)$. Wie man leicht bestätigt, genügt w allen Bewertungspostulaten[1], und die Divisionsalgebra D ist perfekt in bezug auf w[2]. Die Wertgruppe $w(D)$ von D nach w enthält die Wertgruppe $w(k)$ als eine Untergruppe; berücksichtigt man dabei, daß der Rang m von D stets durch den Grad des Minimalpolynomes eines Elementes aus D teilbar ist, so überzeugt man sich leicht davon, daß die Faktorgruppe $w(D)/w(k)$ eine additive Gruppe vom Exponenten m ist.

Ein Element α aus D heißt in bezug auf w *ganz*, wenn $w(\alpha)\geqq 0$ ist. Die Gesamtheit $\mathfrak{O}$ aller, in bezug auf w, ganzen Elemente aus D bildet einen Ring, welcher den Bewertungsring von k als einen Teilring enthält. Anderseits stimmt $\mathfrak{O}$ mit der Menge aller, in bezug auf den Bewertungsring von k, ganzen Elemente aus D überein. Wenn man in D den zu w gehörigen Primdivisor mit $\mathfrak{P}$ bezeichnet und den Restklassenring $\mathfrak{D}$ von D nach $\mathfrak{P}$ wie üblich definiert, so ist $\mathfrak{D}$ ein Schiefkörper, welcher den Restklassenkörper $\mathfrak{k}$ von k nach dem zu w gehörigen Primdivisor $\mathfrak{p}$ aus k als einen Teilkörper enthält. Nun wollen wir beweisen:

Satz 1. *Die Ordnung von $w(D)/w(k)$ und der Rang von $\mathfrak{D}$ über $\mathfrak{k}$ sind stets endlich. Ferner gilt:*

$$\big(w(D):w(k)\big)\,(\mathfrak{D}:\mathfrak{k})\leqq m\,.$$

Beweis. $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \ldots, \bar{\omega}_{\mu}$ seien Elemente aus $\mathfrak{D}$, welche über $\mathfrak{k}$ linear unabhängig sind, und ferner seinen $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \ldots, \bar{\lambda}_{\nu}$ voneinander unabhängige Elemente aus $w(D)/w(k)$. Da $w(D)/w(k)$ vom Exponenten m ist, so ist die Ordnung von jedem $\bar{\lambda}_i$ stets endlich, wir bezeichnen sie durch e_i. Nun bezeichnen wir mit ω_i ein zur Restklasse $\bar{\omega}_i$ gehöriges Element aus D und mit λ_i ein Element aus D mit $w(\lambda_i)=\bar{\lambda}_i$. Die $\mu e_1\ldots e_{\nu}$ Elemente

1) Vgl. hierzu etwa O. F. G. Schilling und M. Moriya, Divisionsalgebren über unendlichen perfekten Körpern, Journ. of Science, Hokkaidô Imp. Univ., Ser. I. Vol. 6 (1937), S. 103–105.

2) Van der Waerden, Moderne Algebra, I. Teil, 2. Aufl. (1937), S. 263–264.