89. *Sur l'approximation de la solution du probleme de Dirichlet.*

Par Masao INOUE.
Institut de Mathématiques, Université Impériale de Kyusyu.
(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Oct. 12, 1943.)

1. Etant donné un domaine quelconque dans le plan, on se donne une équation aux dérivées partielles $R(u)=0$ avec des conditions sur la frontière du domaine. Il s'agit alors de trouver une fonction vérifiant $R(u)=0$ dans ce domaine et satisfaisant aux conditions données sur la frontière.

Pour cela, voilà une idée. Faisons correspondre l'equation aux différences finies $R_h(u)=0$ à l'équation $R(u)=0$ par un passage formel des dérivées aux différences finies et formons une fonction u_h sur des nœuds d'un réseau régulier, vérifiant $R_h(u_h)=0$ et remplissant des conditions convenables sur les nœuds-frontière. Pour $h\to 0$, c'est-à-dire, lorsque la densité du réseau croît indéfiniment, u_h tend vers une fonction u. Sous quelques conditions, on prouve que cette fonction u vérifie $R(u)=0$ dans le domaine et satisfait aux conditions données sur la frontière du domaine. Ainsi l'existence de la solution du problème sera établie.

De telles méthodes sont déjà proposées, chacune d'une manière un peu différente, par divers auteurs: MM. Le Roux, Richardson, Phillips, Wiener, Courant, Friedrichs et Lewy[1]. A côté du grand intérêt que cette idée offre dans le champ théorique, on ne doit pas négliger l'importance qu'elle présente aussi dans le champ pratique: en effet, elle ouvre une route directe pour le calcul numérique de la solution du problème. Par exemple, elle a conduit M. Liebmann à une méthode—aujourd'hui appelée de son nom—pour le calcul numérique de la solution du problème de Dirichlet[2].

Si l'on se met exclusivement dans l'usage pratique de cette méthode, des résultats déjà publiés seront suffisants pour l'assurer. Mais, au point de vue purement mathématique, je pense qu'il y a encore des choses à ajouter.

Dans cette Note, en me bornant à l'équation de Laplace et à

---

1) J. Le Roux: Sur le problème de Dirichlet, Journ. math. pures et appl., t. **10** (1914).

R. G. D. Richardson: A new method in boundary problems for differential equations, Trans. Amer. Math. Soc., v. **18** (1917).

H. B. Phillips and N. Wiener: Nets and the Dirichlet Problem, Journ. Math. and Phys. Mass. Inst. Tech., Ser. II, nº **55** (1923).

R. Courant, K. Friedrichs und H. Lewy: Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik, Math. Ann., Bd, **100** (1928).

2) H. Liebmann: Die angenäherte Ermittlung harmonischer Funktion und konformer Abbildungen, Sitz. der Bayer. Akad. der Wiss., Math.-Phys. (1918). Voir aussi G. H. Shortley and T. Weller: The numerical solution of Laplace's equation, Journ. appl. Physics, v. **9** (1938) et C. Sunatani and S. Negoro: On a method of approximate solution of a plane harmonic function, Tech. Rep. Tohoku Univ., v. **12** (1937).