PAPERS COMMUNICATED

84. *Zur Theorie der hyperabelschen Funktionen.*

Von Hiraku Tôyama.

(Comm. by M. Fujiwara, M.I.A., Oct. 12, 1943.)

André Weil hat in seiner bahnbrechenden Arbeit[1] die Theorie der hyperabelschen Funktionen begründet, indem er die zugrundeliegenden Bettischen Gruppen auf die Poincaréschen Fundamentalgruppen verallgemeinert. Im folgenden will ich die von ihm ohne Beweise ausgesprochenen Behauptungen und einige neue Sätze beweisen.

Satz 1. *Die komplexe Dimension d der Mannigfaltigkeit $\mathfrak{M}$ aller Darstellungen r-ter Ordnung $(r>1)$ der Fundamentalgruppe der Riemannschen Fläche vom Geschlecht p $(p>1)$ und Signatur $n(P)$ ist durch*

$$d=r^2(2p-1)+1+2\sum_{\mu}\sum_{\alpha<\beta}N_{\mu\alpha}N_{\mu\beta} \qquad \textit{gegeben,}$$

wo $N_{\mu\alpha}$ die Anzahl der Eigenwerte $e^{\frac{2\pi i\alpha}{n_\mu}}$ der Matrix C_μ bezeichnet.

Beweis. Eine Darstellung ist durch die $2p+l$ Erzeugenden $A_1, A_2 \dots A_p$, $B_1, B_2 \dots B_p$, $C_1, C_2 \dots C_l$ völlig bestimmt, under denen die folgende definierende Relationen bestehen

$$A_1^{-1}B_1^{-1}A_1B_1A_2^{-1}B_2^{-1}A_2B_2 \dots A_pB_pA_p^{-1}B_p^{-1}C_1 \dots C_l=E, \quad C_\mu^{n_\mu}=E\,.$$

Nach einem Satze von K. Shoda[2], dass jede Matrix von Determinante 1 als Kommutator zweier Matrizen dargestellt wird, kann man die $2p-2$ Matrizen $A_2, A_3 \dots A_p$, $B_2, B_3 \dots B_p$ und $C_1, C_2 \dots C_l$ (unter Bedingungen $C_\mu^{n_\mu}=E$) beliebig wählen. Zunächst wollen wir die Dimension der C_μ bestimmen, wenn $N_{\mu\alpha}(\alpha=0, \dots n_\mu^{-1})$ vorgegeben sind. Wegen der Bedingung $C_\mu^{n_\mu}=E$, C_μ kann in Diagonalform transformiert werden.

$$F^{-1}C_\mu F=\begin{pmatrix} \overbrace{1\;1\cdots 1}^{N_{\mu 0}} & & & 0 \\ & \overbrace{\omega\cdots\omega}^{N_{\mu 1}} & & \\ & & \overbrace{\omega^2\cdots\omega^2}^{N_{\mu 2}} & \\ 0 & & & \ddots\;\omega^{n_\mu} \end{pmatrix} \qquad \omega=e^{\frac{2\pi i}{n_\mu}}$$

---

1) A. Weil, Généralisation des fonctions abéliennes, Journal de mathématiques pures et appliqées, **17** (1938), 47-87.

2) K. Shoda, Einige Sätze über Matrizen, Japanese Journal of Mathematics, **13** (1937), 361-365.