

PAPERS COMMUNICATED

124. Sur la variation d'une fonction de représentation conforme, lorsque le domain varie.

Par Yûsaku KOMATU.

Institut de Mathématiques, Université Impériale de Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Dec. 13, 1943.)

1. On sait que les considérations de la variation d'une fonction de représentation conforme lorsque le domain varie, sont très utiles pour développer la théorie de représentation conforme des domains simplement connexes, et pour traiter ce problème, on a actuellement deux méthodes, bien connues d'ailleurs, l'une est celle de M. K. Löwner¹⁾ et l'autre celle de M. G. Julia²⁾. Mais, on devait attendre jusqu'en 1936 pour que les utilités remarquables de la méthode de M. K. Löwner aient été reconnues pour la première fois par les savants soviétiques, M. G. M. Golusin et M. J. Basilewitsch, bien que M. K. Löwner ont en déjà montré les applications très importantes de cette méthode trouvée par lui-même. M. K. Joh a aussi appliqué la méthode de M. K. Löwner à ses études sur les fonctions univalentes³⁾. En ce qui concerne la méthode de M. G. Julia, on en a déjà quelques applications trouvées par M. G. Julia lui-même⁴⁾ aux quelques équations fonctionnelles et on a de plus par cette méthode quelques résultats intéressants sur la représentation conforme, dus à M. M. Biernacki⁵⁾.

Or, le procédé qu'on employait pour déduire ce qu'on appelle l'équation différentielle fondamentale de M. K. Löwner a été bien com-

1) K. Löwner, Untersuchungen über schlichte konforme Abbildungen des Einheitskreises. I, Math. Annalen **89** (1923), 103-121.

2) G. Julia, (a) Variation de la fonction qui fournit la représentation conforme d'une aire sur un cercle, lorsque le contour de l'aire varie, C. R. Paris **172** (1921), 568-570; (b) Sur une équation aux dérivées fonctionnelles liée à la représentation conforme, Ann. Ecole Norm. Sup. **39** (1922), 1-28.

3) Voir, par exemple, G. M. Golusin, Über die Verzerrungssätze der schlichten Abbildungen (en russe), Recueil Math. **1** (43) (1936), 127-135; Sur les théorèmes de rotation dans la théorie des fonctions univalentes, ibid. 293-296; J. Basilewitsch, Zum Koeffizientenproblem der schlichten Funktionen, ibid. 211-228; Sur les théorèmes de Koebe-Bieberbach, ibid. 283-292 et K. Joh, Theorems on the schlicht functions, I; II; III; IV; V, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan **19** (1938), 1-12; **20** (1938), 591-610; **21** (1939), 191-208; **22** (1940), 329-343; **23** (1941), 409-423 etc.

4) G. Julia, Deux conséquences de l'équation aux dérivées fonctionnelles qu'on tire de la représentation conforme, C. R. Paris **172** (1921), 738-741; Sur une équation aux dérivées fonctionnelles analogue à l'équation de M. Hadamard, ibid. 831-833 et loc. cit. 2) (b).

5) M. Biernacki, Sur quelques majorantes de la théorie des fonctions univalentes, C. R. Paris **201** (1935), 256-258; Sur les fonctions univalentes, Mathematica **12** (1936), 49-64. Pour ces résultats, on a une autre démonstration, due à M. G. M. Golusin, des théorèmes de M. M. Biernacki, obtenue par la méthode de M. K. Löwner: G. M. Golusin, Zur Theorie der schlichten Funktionen (en russe), Recueil Math. **6** (48) (1939), 383-388. Cette Note contient, me semble-il, une petite faute qui peut heureusement être évitée par une modification convenable.