60. Über eine geometrische Deutung der projektiven Transformationen nicht-symmetrischer affiner Übertragungen.

Von Kentaro YANO.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., May 12, 1944.)

§ 1. Eine symmetrische affine Übertragung Γ^i_{jk} definiert zwar ein System der Bahnen

$$\frac{d^2x^i}{dt^2}+\Gamma^i_{jk}\frac{dx^j}{dt}\frac{dx^k}{dt}=\rho\frac{dx^i}{dt} \tag{1.1}$$

als autoparallele Kurven, aber ein System der durch die Differentialgleichungen (1.1) definierten Bahnen bestimmt eine symmetrische affine Übertragung nicht eindeutig. Jede symmetrische affine Übertragung $\bar{\Gamma}^i_{jk}$, welche dasselbe System der Bahnen wie das durch (1.1) gegebene besitzt, steht zu Γ^i_{jk} in denjenigen Beziehungen[1]

$$\bar{\Gamma}^i_{jk}=\Gamma^i_{jk}+p_j\delta^i_k+p_k\delta^i_j \tag{1.2}$$

mit irgendeinem kovariantem Vektor p_j, welche die projektive Transformation symmetrischer affiner Übertragungen liefern. Die geometrische Deutung dieser projektiven Transformation ist schon von vielen Autoren[2] aufmerksam gemacht, d. h. die Beziehung (1.2) entspricht einer Veränderung der uneigentlichen Hyperebene.

H. Friesecke[3] und J. M. Thomas[4] bestimmen andererseits diejenigen Transformationen nicht-symmetrischer affiner Übertragungen, bei welchen der Parallelismus erhalten bleibt. Wenn jeder kontravariante, bezüglich einer nicht-symmetrischen affinen Übertragung L^i_{jk} längs einer Kurve parallele Vektor immer auch in bezug auf eine andere nicht-symmetrische affine Übertragung $\bar{L}^i_{jk}$ parallel ist, so ergeben sich die Beziehungen

$$\bar{L}^i_{jk}=L^i_{jk}+2\delta^i_jp_k\,, \tag{1.3}$$

wobei p_k irgendeinen kovarianten Vektor bedeutet. Sie stellen die Veränderung nicht-symmetrischer affiner Übertragungen dar, bei welchen

---

1) H. Weyl: Zur Infinitesimalgeometrie. Einordnung der projektiven und der konformen Auffassung. Gött. Nachr. (1921), 99-112. L. P. Eisenhart: Spaces with corresponding paths. Proc. Nat. Acad. Sci., **8** (1922), 233-238. O. Veblen: Projective and affine geometry of paths. ibidem, 347-350.

2) L. P. Eisenhart: Non Riemannian Geometry. (1927), § 42. K. Yano: Les espaces à connexion projective et la géométrie projective des paths. Annales Scientifiques de l'Université de Jassy. **24** (1938), 395-464, § 3.

3) H. Friesecke: Vektorübertragung, Richtungsübertragung, Metrik. Math. Ann., **94** (1925), 101-118.

4) J. M. Thomas: Asymmetric displacement of a vector. Trans. of the Amer. Math. Soc., **28** (1926), 658-670.