74. Über einfache distributive Systeme unendlicher Ränge. II.

Von Tadasi NAKAYAMA und Gorô AZUMAYA.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Nagoya.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., June 12, 1944.)

Im folgenden wollen wir mit Ergänzungen zur ersten Note[1] einige weiteren Resultate über einfache distributive Systeme, insbesondere über ihre direkten Produkte, mitteilen.

1. Zuerst sei die Erklärung der Einfachheit bzw. des erweiterten Zentrums eines distributiven Systems R im hyperkomplexen Fall so ergänzt, dass wir R (nicht nur als $\mathfrak{A}$- aber) als $\mathfrak{A}$-K-Modul betrachten, wo K bzw. $\mathfrak{A}$ den Grundkörper bzw. Multiplikationsring von R bezeichnet. Es gilt doch dann der folgende Satz, der eine Lücke im Beweis des Satzes 1 erfüllt und was zwar gewissermassen einen Gegenstück zur Existenz des Einselementes in einer einfachen Algebra endliches Ranges bildet:

Satz 0. Ein einfaches distributives System R ist einfach auch als $\mathfrak{A}$-Modul. Sein erweitertes Zentrum ändert sich nicht, wenn man es nur als $\mathfrak{A}$-Modul betrachtet.

Beweis. Es sei $\mathfrak{K}$ der Endomorphismenschiefkörper von R (als $\mathfrak{A}$-K-Modul), und $\sum_1^n u_i\mathfrak{K}$ beliebiger $\mathfrak{K}$-endlicher Teilmodul von R. Sei dann a ein Element aus R, so dass $a\sum_1^n u_i\mathfrak{K} \neq 0$. Wir können endlichviele Elemente $u_{n+1}, \dots, u_f$ aus R so wählen, dass $a\sum_1^n u_i\mathfrak{K} \subseteq \sum_1^f u_i\mathfrak{K}$. Da dann, wegen Chevalleys Theorie[2], alle ($\mathfrak{K}$-) linearen Transformationen von $\sum_1^f u_i\mathfrak{K}$ durch den von $\mathfrak{A}$ und K erzeugten Ring verursacht werden können, so sieht man leicht ein, dass eine geeignete Produktsumme

$$\sum b'_{\alpha_1} b''_{\alpha_2} \cdots (\lambda a)_l \bar{b}'_{\beta_1} \bar{b}''_{\beta_2} \cdots \quad (b', b'', \dots, \bar{b}', \bar{b}'', \dots \in R\,;\ \lambda \in K\,;\ \alpha, \beta = r \text{ or } l)$$

aus $\mathfrak{A}$ dieselbe Transformation in $\sum_1^n u_i\mathfrak{K}$ wie ein vorgegebenes Element aus K[3] bewirkt. Hieraus folgt aber unsere Behauptung unmittelbar.

2. In der vorigen Mitteilung haben wir gesehen (Satz 3), dass das direkte Produkt zweier zueinander reziprok-isomorphen normaleinfachen (assoziativen) Ringen fundamental ist. Dementsprechend gilt für Grundkörpererweiterung der

Satz 4. Es sei L ein maximaler Teilkörper eines normalen Schiefkörpers S (unendlichen Ranges) über K. Dann ist das Erweiterungssystem $S_L = S \times L$ (einfach und) fundamental.

Zwar können wir die beiden Sätze im folgenden umfassen:

Satz 5. Es sei A ein Ring mit Einselement über K, und B ein K enthaltender Teilring von A. Dann gibt es ein Linksideal $\mathfrak{l}$ im direkten Produkt $A \times B'$ (bzw. $A' \times B$) (über K), so dass der Endomor-

---

1) T. Nakayama, Über einfache distributive Systeme unendlicher Ränge, Proc. **20** (1944).

2) Sieh den Anhang der in 1) zitierten I. Mitteilung.

3) Insbesondere, die identische Transformation.