135. Über den Verband der Rechtsideale eines assoziativen Ringes.

Von Tadasi NAKAYAMA.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Nagoya.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Nov. 13, 1944.)

Die Gesamtheit der Rechtsideale eines (assoziativen) Ringes bildet einen modularen Verband, welcher für die Struktur des Ringes grosse Bedeutung besitzt. Es ist also wichtig zu wissen, wann ein Verband mit dem Rechtsidealverband eines Ringes isomorph wird. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine rein verbandstheoretische Charakterisierung der Rechtsidealverbände zu geben. Wohlbekannt ist der Fall der halbeinfachen Ringe, oder allgemeiner, der Regulären Ringe[1]; Dann (und nur dann) ist der zugehörige Verband komplementär. Es ist verhältnismässig leicht, den bei den komplementären modularen Verbänden in bekannter Weise definierten Begriff der sogenannten L-Zahlen und ihre Kompositionen auf allgemeine modulare Verbände unter gewissen Beschränkung überzutragen und so einen Ring zu bilden. Dann stehen wir aber einer recht, wie es dem Verfasser scheint, schwierigen Aufgabe gegenüber, unter passenden Bedingungen den ursprünglichen Verband mit dem Rechtsidealverband des so entstandenen Ringes in vollständigem Zusammenhang zu bringen. Die Lösung dieser Aufgabe, die wir unten geben, und also unsere so erhaltene verbandstheoretische Charakterisierung der Rechtsidealverbände, lässt vielleicht an Einfachheit noch etwas zu wünschen übrig; doch ist sie, so hoffen wir, nicht ohne Bedeutung und Interesse.

Die vorliegende Arbeit rührt von einem Gespräch mit Herrn Inaba her, der kürzlich in einer sehr interessanten Arbeit[2] ein ähnliches Problem behandelte, Verbände der Untergruppen einer (endlichen) abelschen Gruppe zu kennzeichnen, und dem Verfasser die Hoffnung mitteilte, durch die Von Staudtsche Algebra dieses Problem zu lössen. Der Verfasser möchte hier seinen herzlichsten Dank ihm aussprechen.

§ 1. *Ring der L-Zahlen.*

Es sei L ein modularer Verband mit Null 0 und Eins I, es sei angenommen, dass L ein endliches System von zueinander unabhängigen und zueinander perspektiven Elementen

$$a_1, a_2, \dots, a_n \tag{1}$$

mit der Vereinigung

$$I = \cup a_i \tag{2}$$

besitzt. Wir bezeichnen die Menge aller Komplemente von a_j in $a_i \cup a_j$

---

1) Siehe J. von Neumann, Continuous geometry. II (1937); K. Kodaira-S. Huruya, Continuous geometry =ツイテ, 全國紙上數學談話會, 第 167–9 號 (1938).

2) E. Inaba, Über modulare Verbände, welche die Untergruppen einer endlichen abelschen Gruppe bilden. I., Proc. **19** (1943).