3. *Sur les espaces à connexion affine qui peuvent représenter les espaces projectifs des paths, II.*

Par Kentaro YANO.

Institut Mathématique, Université Impériale de Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Jan. 12, 1945.)

§ 1. Dans une Note précédente[1] portant le même titre que celle-ci, nous avons étudié les espaces à connexion affine qui peuvent représenter les espaces projectifs généralisés de M. O. Veblen[2] et ceux de MM. D. van Dantzig[3] et J. Haantjes[4].

Pour représenter leur espace projectif généralisé P_n à n dimensions, on prend un espace à connexion affine A_{n+1} à $n+1$ dimensions sans torsion qui contient un champ de vecteur concourant et qui admet une collinéation affine dans la direction donnée par ce champ de vecteur, les points de l'espace projectif généralisé étant représentés par les rayons, c'est-à-dire par les courbes dont les tangentes sont dans la direction du champ de vecteur concourant, et les paths par les surfaces totalement géodésiques à deux dimensions engendrées par les rayons rencontrant les mêmes paths de A_{n+1}[5].

Un tel espace à connexion affine à $n+1$ dimensions peut bien représenter un espace projectif des paths de MM. O. Veblen, D. van Dantzig et J. Haantjes. Inversement, si l'on se donne un espace à connexion affine à $n+1$ dimensions contenant un champ de vecteur, quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que cet espace A_{n+1} à connexion affine à $n+1$ dimensions puisse représenter un espace projectif P_n des paths à n dimensions ? Pour qu'un espace à connexion affine à $n+1$ dimensions contenant un champ de vecteur puisse représenter un espace projectif des paths à n dimensions, il faut et il suffit que toutes les surfaces S_2 à deux dimensions engendrées par les rayons rencontrant les mêmes paths de A_{n+1} soient totalement géodésiques, les rayons étant définis comme les courbes dont les tangentes sont toujours dans la direction du champ de vecteur donné.

En désignant par $\Pi^{\lambda}_{\mu\nu}(\lambda, \mu, \nu, \dots = 0, 1, 2, \cdots, n)$ les composantes de

1) K. Yano: Sur les espaces à connexion affine qui peuvent représenter les espaces projectifs des paths. Proc. **20** (1944), 631-639.

2) O. Veblen: Generalized projective geometry. Journal of the London Math. Soc. **4** (1929), 140-160.

3) D. van Dantzig: Theorie des projektiven Zusammenhangs n-dimensionaler Räume. Math. Ann. **106** (1932), 400-454.

4) J. Haantjes: On the projective geometry of paths. Proc. Edinburgh Math. Soc. **5** (1937), 103-115.

5) J. H. C. Whitehead: The representation of projective spaces. Annals of Math. **32** (1931), 327-360.

D. van Dantzig: Zur allgemeinen projektiven Differentialgeometrie, I et II. Proc. Akad. Amsterdam, **35** (1932), 524-534 et 535-542.

K. Yano: Les espaces à connexion projective et la géométrie projective des paths. Annales Scientifiques de l'Université de Jassy, **24** (1938), 395-464.