18. Sur les espaces à connexion affine qui peuvent représenter les espaces projectifs des paths, III.

Par Kentaro YANO.

Institut Mathématique, Université Impériale de Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Feb. 12, 1945.)

§ 1. Dans les deux Notes précédentes[1] portant le même titre, nous avons considéré les propriétés caractéristiques des espaces A_{n+1} à connexion affine à $n+1$ dimensions qui contiennent un champ de vecteur ξ^λ et qui peuvent représenter les espaces P_n projectifs des paths à n dimensions. Les points de P_n étant représentés par les rayons, c'est-à-dire, par les courbes définies par les équations différentielles $\dfrac{dx^\lambda}{dr}=\xi^\lambda$, et les paths de P_n par les surfaces S_2 à deux dimensions engendrées par les rayons rencontrant les mêmes paths de A_{n+1}, pour que l'espace A_{n+1} à connexion affine à $n+1$ dimensions puisse représenter un espace P_n projectif des paths à n dimensions, il faut et il suffit que toutes les surfaces S_2 à deux dimensions engendrées par les rayons rencontrant les mêmes paths de A_{n+1} soient totalement géodésiques. Pour que toutes les surfaces S_2 à deux dimensions engendrées par les rayons rencontrant les mêmes paths de A_{n+1} soient totalement géodésiques, il faut et il suffit que les composantes $\Pi^\lambda_{\mu\nu}$ de la connexion affine et celles ξ^λ du champ de vecteur satisfassent aux deux conditions

$$\xi^\lambda{}_{;\mu;\nu}+\Pi^{\lambda}_{\cdot\mu\nu\omega}\xi^\omega=\delta^\lambda_\mu\varphi_\nu+\delta^\lambda_\nu\varphi_\mu+\varphi_{\mu\nu}\xi^\lambda\,, \tag{1.1}$$

et

$$\xi^\lambda{}_{;\nu}=p\delta^\lambda_\nu+q_\nu\xi^\lambda\,, \tag{1.2}$$

où nous avons désigné par le point-virgule la dérivée covariante par rapport aux composantes $\Pi^\lambda_{\mu\nu}$ de la connexion affine de A_{n+1}, par $\Pi^{\lambda}_{\cdot\mu\nu\omega}$ le tenseur de courbure formé avec les $\Pi^\lambda_{\mu\nu}$:

$$\Pi^{\lambda}_{\cdot\mu\nu\omega}=\frac{\partial\Pi^\lambda_{\mu\nu}}{\partial x^\omega}-\frac{\partial\Pi^\lambda_{\mu\omega}}{\partial x^\nu}+\Pi^\alpha_{\mu\nu}\Pi^\lambda_{\alpha\omega}-\Pi^\alpha_{\mu\omega}\Pi^\lambda_{\alpha\nu}\,,$$

et par $\varphi_\nu, \varphi_{\mu\nu}, p, q_\nu$ les fonctions des coordonnées x^λ de A_{n+1} ainsi définies.

Dans une Note précédente[2], le présent auteur a donné les interprétations géométriques des équations tensorielles (1.1) et (1.2). L'équation (1.1) montre que notre espace à connexion affine admet une collinéation sousprojective infinitésimale dans la direction de ξ^λ. L'équation (1.2) représente que le champ de vecteur ξ^λ est cohérent, c'est-à-

---

1) K. Yano: Sur les espaces à connexion affine qui peuvent représenter les espaces projectifs des paths, I, Proc., **20** (1944), 631–639; II, Proc., **21** (1945), 16–24.

2) K. Yano: Subprojective transformations, subprojective spaces and subprojective collineations. Proc. **20** (1944), 671–675.