Congruences pour les polynômes et nombres de Bell

Alexandre Junod*

Abstract

By elementary techniques based on umbral calculus ([10],[11]), we establish a new congruence for the Bell polynomials, which generalizes at once the congruences of Touchard, Radoux ([6],[7], [8],[4]), Comtet-Zuber ([4],[5]) and Carlitz [2] for Bell numbers. Congruences concerning the Stirling numbers of the first and second kind follow from this one. The generalized congruence satisfied by the Bell numbers can also be proved in an independent way with the "trace formula" of D.Barsky and B.Benzaghou [3].

1 Définitions

Etant donné un nombre premier p, on dénote par $\mathbb{Z}_p$ l'anneau des entiers p-adiques, muni de sa valuation ord_p. Les polynômes de Pochhammer

$$(x)_0 = 1\ ,\ (x)_n = x(x-1)\cdots(x+1-n) \qquad (n \geqslant 1)$$

constituant une base du $\mathbb{Z}_p$-module libre $\mathbb{Z}_p[x]$, on peut considérer l'application linéaire

$$\Phi : \mathbb{Z}_p[x] \longrightarrow \mathbb{Z}_p[x],\ (x)_n \longmapsto x^n.$$

On définit alors les *polynômes et nombres de Bell* par

$$B_n(x) = \Phi(x^n) \quad \text{resp.} \quad B_n = B_n(1) = \Phi(x^n)\Big|_{x=1}.$$

Les nombres de Stirling de deuxième espèce $\left\{ {n \atop k} \right\}$ donnent de manière explicite

$$B_n(x) = \Phi(x^n) = \Phi\Big(\sum_{k=0}^{n} \left\{ {n \atop k} \right\} (x)_k \Big) = \sum_{k=0}^{n} \left\{ {n \atop k} \right\} x^k \quad \text{resp.} \quad B_n = \sum_{k=0}^{n} \left\{ {n \atop k} \right\}.$$

*Financé par le subside 20-56816.99 du FNRS suisse

Received by the editors June 2001.
Communicated by J. Mawhin.