Nombre de singularités de la fonction croissance en dimension 2

Renata Grimaldi Pierre Pansu

Résumé

On montre que la fonction croissance sur une variété riemannienne de dimension 2 autre que le plan projectif réel possède au moins autant de singularités qu'une fonction a de valeurs critiques. Cette borne est optimale.

Abstract

On a Riemannian 2-manifold (except for the real projective plane), the growth function has at least as many singularities as a function has critical values. This is a sharp bound.

Introduction.

Soient (M,g) une variété riemannienne C^∞ complète, de dimension deux, et $B(x,r)$ la boule géodésique fermée de centre $x \in M$ et de rayon $r > 0$; on appelle *fonction croissance* de M au point x la fonction réelle

$$v(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \leq 0, \\ vol_g B(x,r) & \text{si } r > 0. \end{cases}$$

Dans les articles [2] et [3], les auteurs ont montré que la dérivée $v'(r)$ peut être discontinue, et que, si le rayon d'injectivité de (M,g) est *fini*, alors la fonction $v(r)$ ne peut être plus que $C^{2+\alpha}$, avec $0 < \alpha \leq \dfrac{1}{2}$.

Received by the editors April 1999.
Communicated by L. Van Hecke.
1991 *Mathematics Subject Classification :* 53C22.
Key words and phrases : Riemannian metric, volume, geodesic, Morse theory.