

INTEGRALDARSTELLUNGEN FÜR GEWISSE ANALYTISCHE FUNKTIONEN NEBST DEN ANWENDUNGEN AUF KONFORME ABBILDUNG

VON YÜSAKU KOMATU

1. Einleitung.

In früheren Abhandlungen [1] und [2] sind einige Integraldarstellungen für gewisse in einem Kreis oder in einem konzentrischen Kreisring analytische Funktionen hergeleitet worden. Daran anschließend ist weiter gezeigt worden, daß sie sich darauf anwenden lassen, einen expliziten Ausdruck für diejenige Funktion zu gewinnen, die ein solches Grundgebiet auf das Innere eines Polygongebietes bzw. eines Polygonalringgebietes konform abbildet. Der Grundgedanke besteht jedenfalls darin, daß der Ausdruck $f''(z)/f'(z)$, worin $f(z)$ gewissen Regularitätsbedingungen genügt und die nullstellenfreie Ableitung besitzt, mittels eines Integrals vom Stieltjesschen Typus dargestellt wird. Der Umstand, daß es mindestens für die Anwendung auf die soeben hingewiesene Abbildung genügt, diesen besonderen Differentialausdruck zweiter Ordnung zu behandeln, beruht darauf, daß hierbei ein einfach oder zweifach zusammenhängendes Grundgebiet ganz spezieller Gestalt in Betracht gezogen worden ist.

In der vorliegenden Abhandlung sollen die früher gewonnenen Darstellungsforneln derart verallgemeinert werden, daß die betreffende Funktion im Innern des Grundgebietes Pole besitzen kann und ferner ihre Ableitung dort verschwinden darf. Dementsprechend, angewandt auf eine Abbildung von einem Kreis oder Kreisring auf ein Gebiet, das durch ein Polygon oder zwei Polygone begrenzt wird und eventuell die Verzweigungsstellen enthält, wird ein expliziter Ausdruck für solche Abbildungsfunktion hergeleitet werden.¹⁾

2. Der Einheitskreis als Grundgebiet.

Zuerst werden die im Einheitskreis analytischen Funktionen mit gewissen Beschaffenheiten betrachtet, die im folgenden näher erklärt werden, um eine Darstellung der in Einleitung genannten Art herzuleiten. Im einfach zusammenhängenden Fall verläuft die Überlegung zwar auf eine elementare Weise. Aber sie wird zur Behandlung des zweifach zusammenhängenden Falls als

Eingegangen am 1. April, 1957.

1) Eine verwandte Überlegung findet sich auch in [4].