J. Math. Soc. Japan
Vol. 15, No. 4, 1963

Domaines sans point critique intérieur sur l'espace projectif complexe

Par Reiko FUJITA

(Reçu le 1 juli, 1963)

Introduction. En 1953, Oka [**1**] a montré que tout domaine pseudoconvexe fini sans point critique intérieur sur l'espace de n variables complexes est holomorphe-convexe. Il a indiqué en chemin que dans tout domaine de cette sorte, il existe une fonction pseudoconvexe ayant certaines propriétés.[1)]

En 1962, Nishino [**2**] a indiqué que d'après une idée des méthodes d'Oka, un espace analytique est holomorphiquement complet, s'il admet une fonction de Levi strictement positive et complète.

Dans le présent Mémoire, on verra que dans tout domaine pseudoconvexe sans point critique intérieur ayant au moins un point frontière sur l'espace projectif complexe à n dimensions, il existe une fonction pseudoconvexe ayant les propriétés d'Oka,[2)] qui est par définition même, une fonction de Levi strictement positive et complète d'après Nishino.

I. Fonctions pseudoconvexes particulières.

1. Définitions. Considérons un espace projectif complexe P^n à n dimensions ayant $(u_1, u_2, \cdots, u_{n+1})$ pour les coordonnées homogènes. Soit P_0 $(u_1^0, u_2^0, \cdots, u_{n+1}^0)$ un point quelconque de P^n. Considérons une transformation de la forme

$$x_i = \frac{a_{i\,1}u_1 + a_{i\,2}u_2 + \cdots + a_{i\,n+1}u_{n+1}}{a_{n+1\,1}u_1 + a_{n+1\,2}u_2 + \cdots + a_{n+1\,n+1}u_{n+1}} \tag{1}$$

$$(i = 1, 2, \cdots, n),$$

$$|a_{j,k}| \neq 0, \qquad (j, k = 1, 2, \cdots, n+1),$$

satisfaisant à la condition

$$a_{n+1\,1}u_1^0 + a_{n+1\,2}u_2^0 + \cdots + a_{n+1\,n+1}u_{n+1}^0 \neq 0.$$

Au point P_0, il correspond un point fini de l'espace de n variables complexes (x), et à un voisinage de P_0 qui est choisi convenablement, il correspond un voisinage de l'image de P_0 dans l'espace (x). On peut alors regarder un en-

1) Oka [**1**], p. 133, Lemme II.

2) Pour un énoncé plus précise, voir p. 473, Théorème.