SUR DES HYPERSURFACES ET QUELQUES GROUPES D'ISOMETRIES D'UN ESPACE RIEMANNIEN

TADASHI NAGANO

(Received June 18, 1958)

1. Introdcution. Récemment K. Yano a étudié, parmi les autres, un champ de Killing u qui est une normale à une hypersurface B (en tout point de B) d'un espace riemannien M ([7]).

Nous voulons trouver la condition pour l'existence de u et la relation entre u et le groupe d'isométries de M.

Soit B une hypersurface complète et régulièrement plongée dans M, et soit u un champ de Killing qui engendre un groupe G à un paramètre, tel que, en tout point p de B, $u(p)$ est orthogonal à B.

Le paragraphe 2 est consacré à la démonstration du premier théorème: M est complet, B est totalement géodésique, et $G(B)$ coïncide avec M, où $G(B) = \{\lambda(p) : \lambda \in G, p \in B\}$. (le théorème 2.1).

Le paragraphe 3 établit la caractérisation de M dans le cas où u ne s'annule en aucun point de B; M est un espace fibré de la fibre B_0 et associé à l espace fibré principal G sur G/H, où H est un sous-groupe fermé de G dont tout élément laisse invariante une composante connexe B_0 de B (le théorème 3.1). La réciproque est aussi vraie. (Voir le théorème 3.6). Dans [7], B est la frontière d'un ouvert, qui est compacte. Avec cette hypothèse, (1) M est compact, si u s'annule à quelque point de B: (2) les composantes connexes de B seront énumérées, etc. (le théorème 3.5).

Dans le paragraphe 4, nous étudierons la relation entre G et le groupe connexe maximal connexe d'isométries $I(M)$ de M. Le fait le plus intéressant est que G est contenu dans le centre de $I(M)$, si M est compact. A grâce de ce fait, on obtient une décomposition de $I(M)$ et, quand $I(M)$ est transitif, de M. (le théorème 4.1). Une décomposition analogue est possible, si u et le groupe d'holonomie satisfont quelques conditions (le théorème 4.8). On démontre ceci au moyen d'un théorème qui énonce la relation entre le groupe d'holonomie et le groupe d'isométries [10]. (Voir le théorème Y dans 4).

Il m'est agréable de dire ici toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur K. Yano, sans qui ce mémoir n'aurait pas apparu.

2. Le premier théorème. Par un espace riemannien nous entendrons toujours un espace riemannien connexe de classe C^∞. Soit (ϕ, B) une sous-variété plongée dans un espace riemannien M, où ϕ est l'injection de B dans M ([3]). Nous conviendrons de dire que B est connexe ou complète, etc. par rapport à la topologie ou la structure uniforme de B et non par rapport à la topologie induite de $\phi(B)$, etc. Sous cette convention nous supprimons ϕ. Par définition, un groupe connexe G d'isométries est *orthogonal* à B, si, pour tout