UNE GÉNÉRALISATION DU CALCUL DES JETS ET QUELQUES PROLONGEMENTS GÉNÉRALISÉS DE VARIÉTÉS DIFFÉRENTIABLES

MICHIAKI KAWAGUCHI

(Received May 20, 1960)
(Revised January 30, 1961)

Introduction. Le mot "calcul des jets" a fait son début dans l'article [1][1)] de Ch. Ehresmann. En 1951, Ch. Ehresmann s'est intéressé surtout aux fondements de la géométrie différentielle. Il a défini d'une façon générale les éléments infinitésimaux et les structures infinitésimales qui forment l'objet de la géométrie différentielle. La notion fondamentale est celle de jets d'ordre r d'une variété différentiable V_n dans une autre V_m(Voir Ch. Ehresmann [1], [2], [3], [8]). La notion de jet donne en particulier celle de vitesse d'ordre r, d'élément de contact d'ordre r et celle de repère d'ordre r. ([1], [2], [6], [8]). L'ensemble des repères d'ordre r de V_n forme le prolongement principal $H^r(V_n)$ de V_n. On appelle prolongement d'ordre r de V_n tout espace fibré associé à $H^r(V_n)$ ([1], [3], [8]). Ces espaces admettent en effet une structure plus précise qu'une structure fibrée, et on l'appelle structure de prolongement. Leurs éléments sont les éléments infinitésimaux d'ordre r. Il a étudié l'espace $J^r(V_n,V_m)$ des jets d'ordre r de V_n dans V_m et un sous-espace de cet espace peut être considéré comme un système différentiel général pour lequel il a défini aussi la notion de prolongement. Ceci l'a conduit à définir la notion de jet non holonome ([9], [11]) et à y étendre le calcul des jets. On est conduit à une définition plus générale de la notion de prolongement de V_n: c'est celle de prolongement associé à un groupoïde de jets inversibles de V_n dans V_n([12]). Pour ces prolongements, on peut définir la notion de covariant différentiel ([7]). La théorie des jets non holonomes permet en particulier de faire la théorie des connexions infinitésimales d'ordre r ([13]).

D'autre part, H.V.Craig ([1] $\sim$ [3]) a traité presque le même objet géométrique avant les études de Ehresmann. En utilisant des coordonnées canoniques, il a considéré le changement d'expoints qui est une généralisation de celui de points, et il l'a déformé de telle sorte que ce changement soit linéaire par rapport aux expoints. Il a défini les extenseurs et a discuté son calcul.[2)] D'ailleurs, A. Kawaguchi ([1], [3], [5], [7], [8]) a créé l'espace de Kawaguchi dont la

1) Les nombres entre crochets renvoient aux références à la fin de cet article.
2) Voir M. Kawaguchi [5], §2, §3.