Notre Dame Journal of Formal Logic
Volume XVII, Number 1, January 1976
NDJFAM

LES ALGÈBRES DE HEYTING-BROUWER ET DE ŁUKASIEWICZ TRIVALENTES

LUISA ITURRIOZ

1 *Introduction* Moisil [6], [7], et [8] a introduit et développé la théorie des algèbres de Łukasiewicz trivalentes. Ces algèbres sont les modèles du calcul propositionnel considéré par Łukasiewicz [3], ayant pour matrice une chaîne à trois éléments, et qui a été axiomatisé par Wasjberg [3], p. 291. Dans [9], Moisil a montré que les algèbres de Łukasiewicz trivalentes sont, en particulier, des algèbres de Heyting. Plus précisément, cet auteur a donné une formule qui exprime l'implication intuitioniste au moyen des opérations primitives de l'algèbre.* Par dualité, les algèbres de Łukasiewicz trivalentes sont aussi des algèbres de Brouwer.

Etant donné un système $\langle A, \wedge, \vee, \Rightarrow, \dot{-}, 0, 1\rangle$, où $\langle A, \wedge, \vee, \Rightarrow, 0, 1\rangle$ est une algèbre de Heyting et $\langle A, \wedge, \vee, \dot{-}, 0, 1\rangle$ une algèbre de Brouwer, on se pose naturellement la question de savoir s'il est possible de caractériser les algèbres de Łukasiewicz trivalentes parmi les algèbres de Heyting-Brouwer.

Nous attirons l'attention sur le fait que l'implication intuitioniste qu'on peut définir sur la chaîne à trois éléments a des propriétés spéciales. Łukasiewicz [3], p. 286, a établi, par exemple, qu'elle vérifie l'égalité

$$(\neg x \Rightarrow y) \Rightarrow (((y \Rightarrow x) \Rightarrow y) \Rightarrow y) = 1$$

où $\neg x = x \Rightarrow 0$; en tenant compte des opérations $\Rightarrow$ et $\dot{-}$, on remarque que l'égalité

$$(x \Rightarrow y) \vee (y \Rightarrow \neg \Gamma x) = 1$$

où $\neg x = x \Rightarrow 0$ et $\Gamma x = 1 \dot{-} x$, est aussi satisfaite.

2 *Définitions et Propriétés* Nous allons préciser les notions que nous utiliserons par la suite. D'après Monteiro [10], p. 151, on peut définir la

*This research was supported by the "Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la República Argentina."

Received May 28, 1975