

Sur les polynômes exponentiels

Par

Keiichiro KITAGAWA

(Communiqué par Professeur Mizohata, le 15 Octobre 1972)

1. Introduction. D'après un théorème dû à Ritt, une fonction entière d'une variable complexe, quotient de deux polynômes exponentiels, est elle-même un polynôme exponentiel. Lax et puis Allen Shields ont donné d'autres démonstrations. Allen Shields, avec sa méthode, a généralisé le théorème. Le but de cette note est de voir que sa méthode s'applique au cas de plusieurs variables complexes.

2. Notations et Définitions. Les points de C^n seront désignés par $(z) = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, $(a)_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jn}) : j = 1, 2, \dots, p$, etc. Pour deux points $(z), (w)$ de C^n , on posera

$$(z) \pm (w) = (z_1 \pm w_1, z_2 \pm w_2, \dots, z_n \pm w_n),$$

$$\langle (z), (w) \rangle = z_1 w_1 + z_2 w_2 + \dots + z_n w_n.$$

Pour un multiindice $(m) = (m_1, m_2, \dots, m_n)$, où les m_i sont des entiers non négatifs, on posera

$$(m)! = m_1! m_2! \dots m_n!; (z)^{(m)} = z_1^{m_1} z_2^{m_2} \dots z_n^{m_n}.$$

On posera aussi

$$(1) = (1, 1, \dots, 1), (m) + (1) = (m_1 + 1, m_2 + 1, \dots, m_n + 1).$$

Un polynôme exponentiel est, par définition, la fonction de la forme

$$f((z)) = \sum_{j=1}^p a_j \exp \langle (a)_j, (z) \rangle,$$