

ENDLICHE GRUPPEN MIT EINER 2-ZENTRALEN INVOLUTION, DEREN ZENTRALISATOR 2-ABGESCHLOSSEN IST

VON
BERND BAUMANN

Section 1

Ein in [15] von Suzuki aufgeworfenes Problem ist die Kennzeichnung der endlichen Gruppen, die eine Involution enthalten, deren Zentralisator 2-abgeschlossen ist, d.h. eine normale 2-Sylowgruppe besitzt. Die Lösung dieses Problems würde eine Verallgemeinerung seines Resultates aus [14] bedeuten, wo Gruppen gekennzeichnet werden, in denen der Zentralisator einer jeden Involution 2-abgeschlossen ist.

In der vorliegenden Arbeit werden endliche Gruppen betrachtet, in denen zwar die Existenz von nur einer Involution mit 2-abgeschlossenem Zentralisator vorausgesetzt wird. Jedoch muß zusätzlich angenommen werden, daß es sich um eine Involution aus dem Zentrum einer 2-Sylowgruppe handelt. Man erhält folgenden

SATZ. Sei G eine endliche Gruppe ohne nichttriviale auflösbare Normalteiler, die eine Involution enthält, in deren Zentralisator eine 2-Sylowgruppe von G normal ist. Dann ist der kleinste Normalteiler N von G mit 2-abgeschlossener Faktorgruppe ein direktes Produkt von einfachen Gruppen. Ist E ein einfacher direkter Faktor von N , so ist E isomorph zu einer der folgenden Gruppen:

- (a) $L_2(q), Sz(q), U_3(q), L_3(q), S_4(q)$ mit $q = 2^n > 2$;
- (b) $L_2(q)$ mit $q = 2^n \pm 1 > 3$.

Hierbei bezeichnen $L_n(q)$, $U_n(q^{1/2})$ bzw. $S_n(q)$ einfache lineare, unitäre bzw. symplektische Gruppen der Dimension n über einem Körper mit q Elementen sowie $Sz(q)$ einfache Gruppen von Suzuki. Die übrigen Bezeichnungen sind vermutlich allgemein üblich und stimmen größtenteils mit denen aus [5] überein. Auf den folgenden Unterschied bei der Definition der Thompson Gruppe sei jedoch hingewiesen: Anders als in [5] wird im folgenden mit $A(G)$ die Menge der elementar-abelschen Gruppe maximaler Ordnung einer p -Gruppe G und mit $J(G)$ dereren Erzeugnis bezeichnet.

Um Platz zu sparen, wird der Beweis des Satzes nur für den Fall durchgeführt, bei dem $C_G(O_2(M)) \leq O_2(M)$ für alle 2-lokalen Untergruppen M von

Received September 20, 1976.

© 1978 by the Board of Trustees of the University of Illinois
Manufactured in the United States of America