Vol. 68, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © December 1992

UNE FORMULE DE LEFSCHETZ EN K-THÉORIE ÉQUIVARIANTE ALGÉBRIQUE

R. W. THOMASON

Le but de cet article est de démontrer un théorème de concentration (on dit souvent "de localisation") d'un localisé de la K-théorie équivariante algébrique sur des sous-schémas des points fixes d'une action d'un groupe algébrique G diagonalisable ou réductif déployé. Comme d'habitude, un tel théorème de concentration entraîne une formule de Lefschetz-Riemann-Roch qui calcule la caractéristique d'Euler-Poincaré équivariante d'un G-faisceau cohérent sur un G-schéma propre en termes d'une caractéristique sur un sous-schéma de points fixes.

Les prototypes de tels résultats sont le théorème de "localisation" de Segal [Seg 2] 4.1 et le théorème de G-index d'Atiyah et de Segal ([AS] 3.1) pour la K-théorie équivariante topologique de variéties analytiques munies d'une action d'un groupe de Lie compact. Ils donnent une formule de Lefschetz-Riemann-Roch pour la caractéristique d'Euler-Poincaré d'un fibré vectoriel holomorphe sur une variété algébrique complexe lisse muni d'une action d'un groupe fini ([AS] 3.3). Depuis, ce sujet a été largement développé dans le cadre analytique. Côté algébrique, Nielsen ([Ni] 3.2) a donné un théorème de concentration pour le K_0 algébrique équivariant des actions d'un groupe diagonalisable lisse sur un schéma lisse et projectif sur un corps algébriquement clos. Il en a déduit une formule de Lefschetz pour la caractéristique d'Euler-Poincaré d'un fibré vectoriel sur un tel schéma ([Ni] 4.2). Certains cas où l'on suppose en plus que le groupe diagonalisable est connexe, c.-à-d. un tore, sont implicites dans les résultats antérieurs d'Iversen [Iv]. Pour les actions sur une k-variété (même singulière) projective des groupes finis cycliques d'ordre premier à la caractéristique du corps k, un théorème de concentration pour G_0, le groupe de Grothendieck des faisceaux cohérents équivariants, a été donné par Quart [Qu], à partir duquel Baum-Fulton-Quart ont déduit une formule de Lefschetz pour la caractéristique de tels faisceaux [BFQ]. Auparavant, cela a été fait par Donovan [Do] pour telles actions sur les variétés lisses. Récemment, ces résultats pour des groupes discrets ont été raffinés et étendus aux hauts G_*-groupes dans les travaux de Moonen, Köck et Vistoli ([Mo], [Ko1], [Ko2], [Vi]). A la différence de ceux-ci, nos résultats s'appliquent aux groupes non-discrets. Ils diffèrent de ceux de Nielsen en ce qu'ils s'appliquent aux groupes non-lisses, aux schémas singuliers et explicitement aux faisceaux cohérents qui ne sont pas des fibrés vectoriels. Enfin, ils diffèrent des résultats de [Th2] et de [Th4] où il s'agit de la K-théorie étale-topologique plutôt qu'algébrique. Suivant une idée de [Th3], la stratégie de notre démonstration est d'utiliser un théorème de tranche générique

Received 15 October 1991.