Vol. 68, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © December 1992

ONDES MULTIDIMENSIONNELLES ε-STRATIFIÉES ET OSCILLATIONS

OLIVIER GUÈS

Introduction. Dans cet article, on justifie de manière rigoureuse l'approximation de l'optique géométrique à une phase, pour des systèmes hyperboliques *quasi-linéaires multidimensionnels*. Les résultats concernent *l'existence*, la *stabilité* et la *durée de vie* de solutions régulières qui admettent un développement asymptotique oscillant de la forme

$$(0.1) \qquad u^\varepsilon(x) = u^0(x) + \varepsilon\mathscr{U}(x, \varphi(x)/\varepsilon) + o(\varepsilon) \qquad (\varepsilon \to 0), x \in \mathbb{R}^{n+1}.$$

Dans (0.1), u^0 est une solution donnée du système, la fonction φ est à valeurs réelles, et $\mathscr{U}(x, \theta)$ est une fonction *presque-périodique* en la variable $\theta \in \mathbb{R}$, appelée le "profil" de u^ε. Il s'agit donc de solutions qui sont de petites perturbations oscillantes d'une solution donnée.

L'étude des solutions oscillantes de systèmes hyperboliques *linéaires* généraux commence avec l'article de P. D. Lax [L] (1957), qui construit des solutions de la forme

$$(0.2) \qquad u^\varepsilon(x) = R\acute{e}(a^0(x)e^{i\varphi/\varepsilon} + \varepsilon a^1(x)e^{i\varphi/\varepsilon} + \varepsilon^2 a^2(x)e^{i\varphi/\varepsilon} + \cdots).$$

En 1969 Y. Choquet-Bruhat [CB] a montré que la généralisation formelle naturelle des développements de P. D. Lax au cadre *non linéaire*, consiste à tenir compte de la nonlinéarité en remplaçant les termes $a^k(x)e^{i\varphi/\varepsilon}$ par une fonction périodique générale $U^k(x, \varphi/\varepsilon)$ de φ/ε.

J.-L. Joly et J. Rauch ([JR1, 2, 3, 4, 5]) se sont intéressés au problème de la justification des développements correspondants dans le cas non linéaire.

Dans le cas des systèmes *semilinéaires* multidimensionnels, Joly et Rauch [JR4] (1988) ont justifié des développements de la forme

$$(0.3) \quad u^\varepsilon(x) = U^0(x, \varphi(x)/\varepsilon) + \varepsilon U^1(x, \varphi(x)/\varepsilon) + \cdots + \varepsilon^k U^k(x, \varphi(x)/\varepsilon) + o(\varepsilon^k)$$

où les profils $U^j(x, \theta)$ sont 2π-périodiques, et $k \geqslant 1$ un entier arbitraire. Pour cela ils ont introduit, en particulier, des techniques de moyennisation des systèmes hyperboliques permettant de construire les profils U^j. Pour des développements à plusieurs phases, où l'on doit tenir compte des interactions ("résonances")

Received 21 November 1991. Revision received 26 May 1992.