

FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES ET LEMME FONDAMENTAL POUR LE CHANGEMENT DE BASE STABLE

J.-P. LABESSE

1. Introduction. Une démonstration du “lemme fondamental” [Lan] pour le changement de base stable vient d’être obtenue par L. Clozel [Clo]. La preuve que nous en proposons ici, quoique très voisine par la structure, nous semble plus élémentaire: elle ne fait appel à aucun résultat difficile d’analyse harmonique autre que la classification de Langlands, en particulier nous n’utilisons pas la preuve de la conjecture de Howe. Nous commençons par prouver—grâce au théorème de Kottwitz [Ko1]—l’analogue de lemme fondamental (Proposition 3) pour une famille de fonctions définies au §2 que nous nommerons élémentaires (alors que Clozel établit ce résultat pour le sous-espace de fonctions régulières dans l’algèbre de Hecke); ensuite comme dans [Clo] des arguments de densité, utilisant la formule des traces, permettent d’étendre le résultat à l’algèbre de Hecke elle-même. On utilise pour cela que les transformées de Fourier scalaires des fonctions d’une base naturelle de l’algèbre de Hecke coïncident avec celles de fonctions élémentaires sauf peut-être pour les sous-quotients de séries principales non ramifiées réductibles (Propositions 5 et 7).

L’introduction des fonctions élémentaires sur le groupe $SL(2)$ sur un corps local, remonte à octobre 1969; elles furent utilisées dans une lettre à Ihara [Lab]. Leur définition générale et leur utilisation pour prouver le lemme fondamental du changement de base stable a été discutée avec divers membres de l’Institute for Advanced Study de Princeton en février 1984. Toutefois à cette époque nous n’étions pas en mesure d’achever la preuve du lemme fondamental. Les difficultés étaient de deux types: stabilisation de la formule des traces et contrôle de la réductibilité des séries principales non ramifiées.

L’auteur de [F] a cru, en reprenant ces idées, pouvoir donner une preuve du lemme fondamental pour un groupe G non ramifié quelconque, mais hélas ses arguments sont incomplets, même dans le cas le plus simple $G = SL(2)$.

Le problème de stabilisation a été résolu par Kottwitz; mais il restait à contrôler la réductibilité des séries principales non ramifiées. Ce n’est qu’au printemps dernier, grâce à des conversations avec F. Shahidi et P. Sally, que nous avons compris comment utiliser les résultats de Keys [Ke] pour achever la preuve.

Je tiens à remercier les départements de mathématiques de Purdue University et de The University of Chicago pour leur hospitalité pendant la préparation de cet article.

Received September 18, 1989. Revision received February 1, 1990.