Vol. 59, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © December 1989

RIGIDITÉ SYMPLECTIQUE DANS LE COTANGENT DE T^n

JEAN-CLAUDE SIKORAV

Nous allons donner un exemple d'une énorme famille d'ouverts du cotangent de T^n qui sont deux à deux symplectiquement distincts.

1. Introduction.

1.1. Définitions et notations (cf. [8]). Une **structure symplectique** ω sur une variété V est une 2-forme fermée non dégénérée. Un plongement $\varphi: (V, \omega) \to (V', \omega')$ est dit symplectique s'il vérifie $\psi^*\omega' = \omega$. Un difféomorphisme symplectique est ausi appelé symplectomorphisme.

Un exemple important de variété symplectique est le cotangent T^*M d'une variété, muni de la structure canonique donnée par

$$\omega_M = d\lambda, \qquad \lambda = p \cdot dq \qquad \text{(forme de Liouville)}.$$

En particulier, si $M = \mathbb{R}^n$ ou T^n, alors $T^*M = M \times \mathbb{R}^n$, muni de coordonnées globales $(q, p) = (q_1, \ldots, q_n; p_1, \ldots, p_n)$. Dans les deux cas, la structure canonique s'écrit $\omega_0 = \Sigma\, dp_i \wedge dq_i$.

1.2. Problème d'isomorphisme et de plongement symplectique. Un résultat classique de Darboux est que deux variétés symplectiques de même dimension sont toujours localement isomorphes. Globalement, le problème est très différent suivant que les variétés sont fermées ou ouvertes. Nous ne nous intéresserons qu'à ce dernier cas, qui contient en particulier le problème de savoir si deux ouverts de $(\mathbb{R}^{2n}, \omega_0)$ sont symplectomorphes, ou si l'un se plonge symplectiquement dans l'autre. Les obstructions à l'existence d'un plongement autres que celles qui viennent du volume ou de la topologie font partie de ce que M. Gromov appelle la **rigidité symplectique** [5]. Le premier résultat marquant est dû à Gromov:

THEOREME (Gromov [4], cf. aussi Ekeland-Hofer [3]). *Si la boule $B^{2n}(r) \subset (\mathbb{R}^{2n}, \omega_0)$ admet un plongement symplectique dans le cylindre $B^2(s) \times \mathbb{R}^{2n-2}$, alors $r \leqslant s$.*

COROLLAIRE. *Les produits de disques $B^2(r_1) \times B^2(r_2) \subset (\mathbb{R}^4, \omega_0)$, $r_1 \leqslant r_2$, sont tous symplectiquement distincts.*

Received May 22, 1989. Revision received July 10, 1989.