Vol. 57, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © October 1988

SUR LA JACOBIENNE INTERMÉDIAIRE DU DOUBLE SOLIDE D'INDICE DEUX

CLAIRE VOISIN

§0. Introduction. On se propose dans ce qui suit d'étudier partiellement la géométrie du diviseur thêta de la jacobienne intermédiaire du double solide d'indice deux, c'est à dire le revêtement double de $\mathbb{P}^3$ ramifié le long d'une quartique. C'est une variété de Fano unirationnelle, (la construction d'une application rationnelle dominante $\mathbb{P}^3 \dashrightarrow B$ est décrite dans [14]), et des résultats généraux dûs à Murre et à Bloch-Murre, ([3], [11]), permettent d'affirmer que l'application d'Abel-Jacobi Φ: $A^2(B) \to J^2(B)$ est un isomorphisme, où $J^2(B) = H^2(\Omega_B)/H^3(B, \mathbb{Z})$ est une variété abélienne principalement polarisée. D'un point de vue plus géométrique, il est prouvé dans ([5], [14]) que si F dénote la surface des droites de B, Φ induit un isomorphisme: $\operatorname{Alb} F \simeq J^2(B)$.

Le point de départ de cette étude est le fait suivant, prouvé par Welters [14]: Soit Θ le diviseur thêta de J; pour u générique dans J, on a: $h^0(\Theta_{|F_u}) = 1$ où $\Theta_{|F_u}$ est le pull-back de Θ par le composé: $F \xrightarrow[\Phi]{} J \xrightarrow[t_u]{} J$, et t_u est la translation par u.

Il est clair que ceci n'est pas satisfait lorsque le translaté F_u de F par u est contenu dans Θ (et non contenu dans $\operatorname{Sing}\Theta$), puisque $|\Theta_{|\Theta}|$ est un système linéaire de dimension dix ($= \dim J^2(B)$) sur Θ, qui donne l'application de Gauss de thêta.

Faisant la remarque évidente que le base-locus du système linéaire $|\Theta_{|\Theta}|$ s'identifie à $\operatorname{Sing}\Theta$ (puisque les sections de $\Theta_{|\Theta}$ sont les restrictions au diviseur Θ des dérivées partielles de la fonction θ), on est conduit à étudier les translatés F_u contenus dans Θ et les systèmes linéaires sur F obtenus par restriction: $H^0(\Theta_{|\Theta}) \to H^0(\Theta_{|F_u})$, pour de tels u. Les points base de ces systèmes linéaires fourniront des points singuliers de Θ.

Les étapes de cette démarche se résument de la façon suivante: En §1, on montre une sorte de réciproque à l'énoncé de Welters: Les translatés F_u sont "à peu près" ceux qui satisfont: $h^0(\Theta_{|F_u}) > 1$.

On décrit ensuite, à l'aide de l'application de Gauss de Θ, quelle doit être la forme des systèmes linéaires sur F obtenus par restriction: $H^0(\Theta_{|\Theta}) \to H^0(\Theta_{|F_u})$, ce qui mène à la construction faite en §2: dans cette seconde section, on construit une composante W de la famille des translatés de F contenus dans Θ; En §3, on décrit les singularités des systèmes $|\Theta_{|F_u}|$ correspondants; On prouve enfin en §4 qu'on a ainsi décrit une composante de $\operatorname{Sing}^2\Theta$, de codimension cinq dans la jacobienne; ceci donne la non-rationalité de B qui n'était connue que générique-

Received October 22, 1986. Revision received September 9, 1987.