Vol. 57, No. 1 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © August 1988

MODIFICATION DE NASH ET INVARIANTS NUMÉRIQUES D'UNE SURFACE NORMALE

M. VAQUIE

Soit f: $(\mathbf{C}^{n+1}, 0) \to (\mathbf{C}, 0)$ un germe de fonction holomorphe défini sur un voisinage de 0 dans $\mathbf{C}^{n+1}$ ayant une singularité isolée en 0, alors la fibre spéciale $V_0 = f^{-1}(0)$ a une singularité isolée en 0 et le nombre de Milnor $\mu = \mu(V_0, 0)$ de V_0 en 0 est défini de la manière suivante ([Mi]): $\exists$ ε et η, $0 < \eta \ll \varepsilon \ll 1$ tels que $\forall$ $t \in \mathbf{C}$ $0 < |t| < \eta$ la variété $V_t = f^{-1}(t) \cap B_\varepsilon$ vérifie:

$$H^i(V_t, \mathbf{C}) = 0 \quad \text{pour } 1 \leqslant i \leqslant n-1,$$

$$\dim_{\mathbf{C}} H^n(V_t, \mathbf{C}) = \mu.$$

Le nombre de Milnor $\mu(V_0, 0)$ est un invariant analytique de la singularité $(V_0, 0)$ et peut être ainsi défini pour toute singularité (analytique ou algébrique complexe) d'hypersurface.

Comme la fonction f est à singularité isolée en 0 l'algèbre jacobienne $A(f) = \mathbf{C}\{z_0, \ldots, z_n\}/(\partial f/\partial z_0, \ldots, \partial f/\partial z_n)$ est une algèbre de longueur finie et nous avons l'égalité $\mu = \dim_{\mathbf{C}}(A(f))$. Nous pouvons ainsi définir le nombre de Milnor pour toute singularité isolée d'hypersurface définie sur un corps k quelconque.

Dans le cas des courbes, $n = 1$, Milnor a démontré le résultat suivant: $\mu = 2\delta - r + 1$ où δ est égal à la longueur de $n_*(\mathcal{O}_{\overline{V}_0})/\mathcal{O}_{V_0}$ et n: $\overline{V}_0 \to V_0$ est la normalisée de V_0, et où r est le nombre de composantes irréductibles de V_0 ([Mi]). Ce résultat a été généralisé au cas de toute courbe réduite par Buchweitz et Greuel ([B–G]).

Dans le cas des surfaces, $n = 2$, nous voulons trouver de la même manière une formule liant le nombre μ à des invariants associés à une résolution de la singularité $(V_0, 0)$. En utilisant la définition topologique de μ, Laufer a démontré la formule suivante:

$$\mu = 12p_g + K^2 + \chi_T(E) - 1$$

où p_g est le genre de la singularité, K^2 l'auto-intersection du diviseur canonique sur la résolution et $\chi_T(E)$ la caractéristique d'Euler topologique du diviseur exceptionnel de la résolution ([L]); ce résultat a été généralisé par Wahl ([W]) et Steenbrink ([S2]) au cas d'une singularité Gorenstein de surface normale.

Le but de cet article est de démontrer le même résultat en utilisant la définition algébrique du nombre de Milnor, nous évitons ainsi d'avoir à considérer une lissification de la variété V_0.

Received March 7, 1987. Revision received September 18, 1987.