ILLINOIS JOURNAL OF MATHEMATICS
Volume 34, Number 3, Fall 1990

NON COHERENCE DE CERTAINS ANNEAUX DE FONCTIONS HOLOMORPHES

PAR

M. HICKEL

I. Introduction

Soit A un anneau et $u_1, \dots, u_k$ des éléments de A. On note $R(u_1, \dots, u_k; A)$ le module des relations à coefficients dans A entre les u_i; i.e.,

$$R(u_1, \dots, u_k; A) = \left\{ (f_1, \dots, f_k) \in A^k \text{ tel que } \sum_{i=1}^{k} f_i u_i = 0 \right\}.$$

Un anneau A est dit cohérent si pour tout k-uplet $(u_1, \dots, u_k) \in A^k$ le module des relations $R(u_1, \dots, u_k; A)$ est un A-module de type fini. Une propriété équivalente à la cohérence de A est la suivante:

"L'intersection de deux idéaux de type fini de A est encore un idéal de type fini de A".

L'étude de la cohérence de certains anneaux de fonctions holomorphes a été entreprise: W. McVoy et L. A. Rubel [7] ont montré que l'anneau $H^\infty(D)$ des fonctions holomorphes et bornées dans le disque unité de $\mathbf{C}$ est cohérent, J. P. Rosay [9] a montré qu'il en était de même pour l'anneau des fonctions holomorphes et bornées dans un domaine borné de $\mathbf{C}$ de connectivité finie, E. Amar a montré que l'anneau $H^\infty(\mathbf{B})$ des fonctions holomorphes et bornées dans la boule unité de $\mathbf{C}^n$ $n \geq 3$ n'est pas cohérent et qu'il en est de même pour l'anneau $A^k(\mathbf{B})$ des fonctions holomorphes dans $\mathbf{B}$ et c^k dans $\overline{\mathbf{B}}$ ($n \geq 3$).

La question de savoir si les anneaux $A^\infty(\Omega)$ des fonctions holomorphes dans un domaine Ω de $\mathbf{C}^p$ $(p \geq 1)$ et indéfiniment différentiable dans $\overline{\Omega}$ sont cohérents ou non semble ouverte [1]. Nous nous proposons d'apporter quelques éléments de réponse à cette question. A cette fin, étant donné un ouvert Ω de $\mathbf{C}^p$ et $\xi \in \partial\Omega$ on notera:

$A^\infty(\Omega)$ l'anneau des fonctions holomorphes dans Ω et c^∞ dans $\overline{\Omega}$.

$A(\Omega)$ l'anneau des fonctions holomorphes dans Ω et continues dans $\overline{\Omega}$.

A^∞_ξ l'anneau des germes de fonctions holomorphes et c^∞ au voisinage de ξ dans $\overline{\Omega}$.

Received Feb. 28, 1988.