

# COHOMOLOGIE ÉTALE DE $p$ -TORSSION ET COHOMOLOGIE CRISTALLINE EN RÉDUCTION SEMI-STABLE

CHRISTOPHE BREUIL

## SOMMAIRE

1. Introduction .....	524
2. La cohomologie log-cristalline .....	527
2.1. Préliminaires .....	527
2.1.1. Définition et calcul sur le site log-syntomique .....	527
2.1.2. Platitude des faisceaux $\mathcal{O}_n^{st}$ et $\mathcal{I}_n^{[r]}$ .....	530
2.2. La cohomologie log-cristalline en caractéristique $p$ des log-schémas propres, log-lisses et du type de Cartier .....	532
2.2.1. Quelques préliminaires .....	533
2.2.2. Des isomorphismes “à la Fontaine-Messing-Deligne- Illusie-Kato” sur le site log-syntomique .....	535
2.2.3. Projection sur le site étale .....	542
2.2.4. Réduction sur la base $\tilde{E}_1$ .....	544
2.2.5. Quelques lemmes .....	549
2.2.6. Étude sur la base $\tilde{E}_1$ .....	551
2.2.7. Remarque sur le $H^{p-1}$ .....	555
2.3. La cohomologie log-cristalline de torsion des log-schémas propres, log-lisses et du type de Cartier .....	556
2.3.1. Deux lemmes d’algèbre (semi-)linéaire .....	556
2.3.2. Dévissages .....	558
3. La cohomologie étale de $p$ -torsion .....	560
3.1. Trois suites exactes courtes de faisceaux .....	560
3.1.1. Problèmes de limite inductive .....	560
3.1.2. Une suite exacte courte “de Künneth” .....	563
3.1.3. Le noyau de la monodromie .....	568
3.1.4. Le noyau de $\phi_r - \text{Id}$ .....	569
3.2. Application aux groupes de cohomologie .....	571
3.2.1. Préliminaires d’algèbre linéaire .....	571
3.2.2. Calcul de $\varinjlim_L H^i((X_{n,L})_{\text{syn}}, \mathcal{I}_n^{[r]})$ .....	577
3.2.3. Calcul de $\varinjlim_L H^i((X_{n,L})_{\text{syn}}, \mathcal{I}_n^{\text{cris}, [r]}), 0 \leq i \leq r \leq p - 2$ .....	578

Reçu le 3 Février 1997.