Vol. 92, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © 1998

AUTOUR DE LA CONJECTURE DE SATO-TATE POUR LES SOMMES DE KLOOSTERMAN, II

PHILIPPE MICHEL

0. Notation. Nous ferons les conventions suivantes:

- $\Lambda(n)$ désigne la fonction de Von Mangolt;
- $\omega(n)$ est le nombre de facteurs premiers distincts de l'entier n;
- e(.) désigne la fonction $\exp(2i\pi.)$;
- pour r,s deux entiers (r,s) est leur plus grand diviseur commun;
- si $(r,s)=1$, on note $\bar{r}$ l'inverse de r modulo s;
- si κ est un entier, on note $\tau_\kappa(n)=\sum_{d_1\dots d_\kappa=n}1$, et $\tau(n)=\tau_2(n)$;
- $n\sim N$ signifie $N\leqslant n<2N$;
- si (λ_m) est une suite finie de complexes, on note $||\lambda(M)||:=\left(\sum_{m\leqslant M}|\lambda_m|^2\right)^{1/2}$ sa norme L^2, et de même $|\lambda(M)|:=\sum_{m\leqslant M}|\lambda_m|$ sa norme L^1;
- pour i entier positif $\geqslant 0$, $\mathrm{sym}_i(\theta)$ désigne la fonction $\sin((i+1)\theta)/\sin\theta$;
- la lettre ε est une commodité de notation pour désigner un réel positif suffisament petit, dont la valeur peut varier d'une ligne à l'autre;
- dans toute la suite, la lettre p indicée ou non, sera réservée pour la désignation d'un nombre premier.

1. Introduction. Pour $l,m,q\geqslant 1$ des entiers, on désigne par $S(l,m;q)$ la somme de Kloosterman

$$Kl(l,m;q)=\sum_{\substack{k\,mod\,q\\(k,q)=1}}\mathrm{e}\left(\frac{lk+m\bar{k}}{q}\right).$$

Rappelons que c'est un réel non nul et pour $(lm,q)=1$ on définit l'argument $\theta_{q,lm}$ par la formule

$$\cos\theta_{q,lm}:=\frac{Kl(l,m;q)}{2^{\omega(q)}\sqrt{q}}.$$

La majoration de Weil implique que $\theta_{q,lm}$ est un réel bien défini modulo π. Rappelons que la conjecture de Sato-Tate prédit l'équirépartition sur $[0,\pi]$ des argument $\theta_{p,m}$ relativement à la mesure de Sato-Tate

$$\mu_{ST}(\theta):=\frac{2}{\pi}\sin^2\theta\,d\theta,$$

Reçu le 6 février 1995.