Vol. 92, No. 1 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © 1998

MODULE DE CONGRUENCES POUR GL(2) D'UN CORPS IMAGINAIRE QUADRATIQUE ET THÉORIE D'IWASAWA D'UN CORPS CM BIQUADRATIQUE

ERIC URBAN

0. Introduction. Dans cet article, nous dégageons une étroite relation entre la théorie d'Iwasawa d'un corps CM biquadratique M et un module de congruence pour $\mathrm{GL}(2, K)$ où K est l'un des sous-corps quadratiques imaginaires de M. Le résultat que nous obtenons complète en partie les travaux de H. Hida et J. Tilouine sur la conjecture principale anti-cyclotomique. En fait, certains cas particuliers de notre théorème sont conséquences de leur théorie. Or celle-ci procède par une induction de M à son sous-corps quadratique réel F et fait intervenir un module de congruence pour $\mathrm{GL}(2, F)$. La comparaison des deux méthodes nous amène à conjecturer une mystérieuse relation entre les modules de congruences des sous-corps quadratiques F et K.

Soient c la conjugaison complexe et $\tau \in \mathrm{Gal}(M/\mathbb{Q})$ l'automorphisme fixant le corps quadratique imaginaire K. Dans ce qui suit, on fixe $\mathfrak{f}$ un idéal entier de M, invariant par τ et p un nombre premier impair vérifiant l'hypothèse d'ordinarité suivante:

(Ord $M/K, p$) p est totalement décomposé dans l'extension M/K.

Soient $M_r = M_{\mathfrak{f}p^r}$ le corps de rayon de M de conducteur $\mathfrak{f}p^r$ et $M_\infty = \bigcup_r M_r$. Soient $\mathfrak{g} = \mathrm{Gal}(M_\infty/M)$ et $\mathfrak{g}_t$ le sous-groupe des élements de torsion dans $\mathfrak{g}$. On fixe une décomposition $\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_t \times \mathfrak{W}$.

Soit S la partie de S_p l'ensemble des places de M au dessus de p telle que $S_p = S \coprod S^\tau = S \coprod S^c$. Pour toute extension N de M contenue dans M_∞, on note $\mathbb{M}_S(N)$ la p-extension abélienne maximale de N non ramifiée hors des premiers de N au dessus de S et $\mathbb{X}_S(N) = \mathrm{Gal}(\mathbb{M}_S(N)/N)$. Le but de la théorie d'Iwasawa de l'extension N/M consiste en l'étude de la structure de $\mathbb{X}_S(N)$ comme module galoisien sur $\mathbb{Z}_p[[\mathrm{Gal}(N/M)]]$. On considère dans la suite les groupes de Galois suivants:

$$\mathfrak{g}^{+,\tau} = \{g \in \mathfrak{g}; g^\tau = \tau^{-1} g \tau = g\}$$

$$\mathfrak{g}' = \mathfrak{g}/\mathfrak{g}^{+,\tau}$$

et on pose

$$M'_\infty = (M_\infty)^{\mathfrak{g}^{+,\tau}}.$$

Reçu le 18 octobre 1994. Révision reçu le 10 janvier 1997.