Vol. 91, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © 1998

DIVISEURS ESSENTIELS, COMPOSANTES ESSENTIELLES DES VARIÉTÉS TORIQUES SINGULIÈRES

CATHERINE BOUVIER

0. Introduction. Dans ce qui suit, V est un plongement torique affine normal d'un tore T de dimension d défini sur un corps algébriquement clos k. Nous cherchons à caractériser les valuations divisorielles du corps des fractions rationnelles $k(V)$ qui interviennent nécessairement dans les désingularisations de V.

Nous désignerons par *désingularisation* de V un morphisme propre et birationnel $\pi : X \to V$ où X est une variété non singulière. Si $\pi' : X' \to V$ est une autre désingularisation de V et D une sous-variété irréductible de codimension 1 dans X, l'application birationnelle $\pi'^{-1} \circ \pi : X \dashrightarrow X'$ est alors définie au point générique de D parce que π' est un morphisme propre. Elle l'envoie sur le point générique d'une sous-variété irréductible Y de X' dont nous dirons qu'elle est l'image de D sur X'. Nous dirons que D est un *diviseur essentiel* relativement à V si, pour toute désingularisation $\pi' : X' \to V$, l'image de D sur X' est de codimension 1 dans X'. Nous dirons que D est une *composante essentielle* relativement à V si, pour toute désingularisation $\pi' : X' \to V$, l'image de D sur X' est une composante irréductible de la fibre $\pi'^{-1}(\pi(D))$.

Puisque V possède des désingularisations équivariantes, un diviseur essentiel relativement à V est représenté par une composante irréductible du complémentaire de T dans une variété torique X qui désingularise V. Dans [BGS], nous avons donné une description combinatoire des diviseurs essentiels pour les désingularisations équivariantes de V. Nous montrons ici que ces diviseurs restent essentiels lorsque l'on envisage toutes les désingularisations de V (théorème 1.2). Il suffit donc de connaître les désingularisations équivariantes de V pour comprendre les diviseurs essentiels relativement à V. Ce résultat est à rapprocher de celui de J. Fine dans [F], d'où il vient immédiatement qu'une désingularisation de V sur laquelle tout diviseur irréductible est essentiel doit être équivariante.

Si la dimension de V dépasse 2, certaines composantes irréductibles du lieu exceptionnel d'une désingularisation de V peuvent être de codimension strictement supérieure à 1. Il semble donc utile d'étudier aussi les composantes essentielles relativement à V. Nous reprenons là, dans le cas où V est torique, une problématique exposée dans [N] par J. Nash dans un cadre plus général. Nous n'obtenons de résultats que pour les diviseurs D dont l'image sur V est une adhérence d'orbite. Si un tel diviseur D est une composante essentielle relativement à V, alors il existe une désingularisation équivariante $\pi : X \to V$ telle

Reçu le 18 juin 1996.