Vol. 74, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © June 1994

SUR LA DÉGÉNÉRESCENCE DES GROUPES DE SCHOTTKY

JEAN-PIERRE OTAL

Ce travail a pour but d'établir un lien entre une conjecture de Thurston sur la dégénérescence des groupes de Schottky et une propriété des actions des groupes libres sur les arbres réels. Comme application, nous donnerons un critère de convergence dans l'espace des groupes de Schottky de rang 2 qui confirme la conjecture de Thurston.

1. Introduction. Avant d'énoncer la conjecture de Thurston, nous allons rappeler quelques définitions concernant la topologie des bretzels. Soit H un *bretzel de genre* g, c'est-à-dire le résultat de la somme connexe le long du bord de g tores solides. Une structure géométriquement finie sur H est la donnée d'un couple (ρ, ϕ), où:

(1) ρ est une représentation discrète et fidèle de $G = \pi_1(H)$ dans $\mathbf{PSL}_2(\mathbf{C})$ dont le domaine de discontinuité dans le bord $\partial\mathbf{H}^3$ de l'espace hyperbolique est un ouvert non vide $\Omega(\rho(G))$;

(2) ϕ est un difféomorphisme de H vers $\mathbf{H}^3 \cup \Omega(\rho(G))/\rho(G)$.

Deux tels couples $(\rho_1, \phi_1), (\rho_2, \phi_2)$ sont dits équivalents lorsqu'il existe une isométrie $\mathscr{I}$ de $\mathbf{H}^3 \cup \Omega(\rho_1(G))/\rho_1(G)$ vers $\mathbf{H}^3 \cup \Omega(\rho_2(G))/\rho_2(G)$ telle que $\phi_2 = \mathscr{I} \circ \phi_1$ à isotopie près.

L'image $\rho(G)$ est fréquemment appelée un *groupe de Schottky*.

L'application d'Ahlfors-Bers associe à une strucure géométriquement finie (ρ, ϕ) la structure conforme $\Omega(\rho(G))/\rho(G)$ dans l'espace de Teichmüller $\mathscr{T}(\partial H)$: c'est un homéomorphisme.

D'après Thurston, l'espace projectif des laminations mesurées $\mathscr{PML}(\partial H)$ de la surface ∂H est le bord d'une compactification de l'espace de Teichmüller $\mathscr{T}(\partial H)$ ([Thu1], [FLP]).

Dans [Mas], H. Masur a introduit un ouvert $\mathcal{O}$ contenu dans $\mathscr{PML}(\partial H)$ qui reflète certaines propriétés topologique du bretzel H: entre autres, le groupe de classes d'isotopie de difféomorphismes de H y agit de manière propre et discontinue. Les propriétés des laminations de l'ouvert $\mathcal{O}$ sont étudiées dans [O1]; nous rappellerons l'une de ces propriétés dans §2.

La conjecture de Thurston que nous allons discuter dans cet article est la suivante.

CONJECTURE 1.1. *Soit $(\sigma_i = (\rho_i, \phi_i))$ une suite de structures géométriquement finies dans $\mathscr{GF}(H)$ telle que la suite $\partial\sigma_i$ converge vers une lamination $\lambda \in \mathcal{O}$; alors après extraction d'une sous-suite, la suite de représentations (ρ_i) converge à conjugaison près.*

Reçu le 3 février 1993. Révision reçu le 25 mai 1993.