Vol. 68, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © November 1992

REVÊTEMENTS EXCEPTIONNELS ET SOMMES DE 4 NOMBRES TRIANGULAIRES

ARMANDO TREIBICH ET †JEAN-LOUIS VERDIER

1. Introduction.

1.1. Soit Γ une courbe projective et intègre sur $\mathbb{C}$, de genre arithmétique $g > 0$ et p un point de l'ouvert (dense) de lissité, Γ^0, de Γ. Nous allons supposer dorénavant que Γ est *hyperelliptique en p*, i.e., il existe une involution $\sigma: \Gamma \to \Gamma$ fixant p telle que le quotient Γ/σ soit isomorphe à $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$. Soit également λ une coordonnée locale σ-anti-invariante de Γ en p (i.e., $\sigma^*(\lambda) = -\lambda$) et notons f l'unique projection σ-invariante de degré 2, $f: \Gamma \to \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$, ramifiée en p ou elle a le développement de Laurent suivant: $f(\lambda) = \lambda^{-2} + 0(\lambda^2)$. Pour tout diviseur D de degré $g - 1$ sur Γ il existe une unique fonction $\psi(x, \lambda)$: $\mathbb{C} \times \Gamma \to \mathbb{C}$, dite *de Baker-Akhiezer*, méromorphe sur $\mathbb{C} \times (\Gamma - \{p\})$ telle que pour tout x dans un voisinage de $0 \in \mathbb{C}$, la restriction de ψ à $\{x\} \times \Gamma$ satisfasse les conditions ci-dessous:

(a) $\psi_{|\{x\}\times\Gamma}$ est méromorphe sur $\Gamma - \{p\}$ à diviseur de pôles majoré par D;

(b) $\psi_{|\{x\}\times\Gamma}$ a une singularité essentielle en p; plus précisément on a

$$\psi(x, \lambda) = e^{x\lambda^{-1}}\lambda^{-m}\left(1 + \sum_{j\geq 1} a_j(x)\lambda^j\right),$$

où $m = \sup\{\ell \in \mathbb{N}/D - \ell \cdot p$ est un diviseur effectif de $\Gamma\}$.

Remarque 1.2. La fonction de Baker-Akhiezer ci-dessus, ψ, ne dépend que de (Γ, p, λ, D) et satisfait l'équation différentielle suivante:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - u(x)\right)\psi = f(\lambda)\psi, \tag{1.3}$$

où $u(x) = -2(\partial/\partial x)a_1(x)$ (voir le développment 1.1, (b) ci-dessus). En effet, $u(x)^{-1}((\partial^2/\partial x^2)\psi - f\psi)$ est une fonction méromorphe sur $\mathbb{C} \times (\Gamma - \{p\})$ qui satisfait les conditions (a) et (b) donc, par unicité elle doit coïncider avec ψ, ce qui équivaut à (1.3).

En d'autres termes, ψ, est une fonction propre de l'opérateur, dit *de Schrödinger*, $(\partial^2/\partial x^2) - u(x)$, de valeur propre $f(\lambda)$. De plus la fonction $u(x)$ est un *potentiel à nombre fini de zones d'instabilité* (potentiel $n - f - z - i$) qui détermine univoquement la donnée (Γ, p, D).

Received 23 July 1991. Revision received 25 March 1992.