Vol. 50, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © September 1983

TORSION DANS LE GROUPE DE CHOW DE CODIMENSION DEUX

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE, JEAN-JACQUES SANSUC ET CHRISTOPHE SOULÉ

Soit X une variété quasi-projective, lisse et géométriquement irréductible sur un corps k. Si i est un entier positif ou nul, on désigne par $CH^i(X)$ le groupe des cycles de codimension i sur X modulo l'équivalence rationnelle (i.e. modulo le groupe engendré par les diviseurs des fonctions sur les sous-variétés de codimension $i-1$ de X). Le groupe $CH^0(X)$ est $\mathbf{Z}$, et $CH^1(X)$ n'est autre que le groupe de Picard Pic(X). Comme pour X/k projective le foncteur $\mathcal{P}ic_{X/k}$ est représentable, on peut, en utilisant en particulier le théorème de Mordell–Weil–Néron, établir des théorèmes de finitude pour $CH^1(X)$ et étudier l'image de ce groupe par le morphisme qui associe à un cycle sa classe fondamentale, ceci dans les différentes théories cohomologiques.

Une telle étude est-elle possible pour $CH^2(X)$? Le problème est rendu difficile par le fait que CH^2 n'est pas en général un foncteur représentable. Cependant la formule de Bloch

$$CH^2(X) = H^2(X, \mathcal{K}_2),$$

analogue de $CH^1(X) = H^1(X, \mathbf{G}_m)$, fournit une interprétation cohomologique de $CH^2(X)$. La cohomologie est ici la cohomologie de Zariski, et $\mathcal{K}_2$ est le faisceau associé au préfaisceau qui à un ouvert de Zariski $U \subset X$ associe $K_2(\Gamma(U, \mathcal{O}_X))$, le groupe K_2 de l'anneau $\Gamma(U, \mathcal{O}_X)$. On sait de plus que, grâce à la résolution de Gersten (cf. Quillen [33]), l'étude du faisceau $\mathcal{K}_2$ peut se ramener à celle du groupe K_2 du corps des fonctions rationnelles de X.

Un résultat récent de Merkur'ev et Suslin [29] affirme que, pour tout corps F et tout entier n inversible dans F, le symbole galoisien

$$K_2(F)/n \to H^2(F, \mu_n^{\otimes 2})$$

est un isomorphisme. Un résultat analogue pour $K_2(F)/p^m$, où p est la caractéristique de F, a été obtenu par Bloch, Gabber et Kato [6]. Comme pressenti par Bloch [2, 5], ces résultats doivent avoir des conséquences sur le groupe $CH^2(X)$, et donner des théorèmes de finitude ainsi que des renseignements sur le morphisme de classe fondamentale. C'est l'étude de ces

Received May 5, 1983.