

QUELQUES PROBLÈMES ISOPÉRIMÉTRIQUES.

PAR

T. BONNESEN

À COPENHAGUE.

Dans quelques mémoires précédents nous avons traité le problème des isopérimètres¹ et le problème des isépiphanes² au point de vue de la géométrie. Les propriétés extrémantes du cercle et de la sphère — savoir que parmi les figures à périmètre donné, soit dans le plan soit sur la surface de la sphère, c'est le cercle qui a la plus grande aire, et que la sphère a un volume plus grand que tout autre corps de même superficie — peuvent être exprimées par des inégalités isopérimétriques (voir § 1). Le but de ces recherches fut de donner des démonstrations élémentaires de ces inégalités sans supposer et sans démontrer d'avance l'existence d'une figure maximante. Ce but a été atteint en améliorant les inégalités isopérimétriques, c'est-à-dire en montrant qu'au second membre de l'inégalité, au zéro, peut être substituée une quantité positive en général, et qui ne s'annule identiquement que dans le cas du cercle ou de la sphère. Par ce procédé nous avons évité aussi tout emploi de limite, exception faite, cela va sans dire, pour la définition du périmètre, de la superficie et du volume des figures.

Dans ce qui suit nous nous proposons d'envisager ces problèmes au point de vue du calcul des variations en débutant par quelques remarques sur les inéga-

¹ Comptes rendus. Paris t. 172 (1921), p. 1087—89. Mat. Tidsskr. Copenhague 1921. B, p. 1—13, 48—51. Math. Annalen t. 84 (1921), p. 216—27 (cité par la lettre A). Mat. Tidsskr. Copenhague 1923 B, p. 15—22. Math. Annalen t. 91 (1924), p. 252—58 (cité par B).

² Festschrift til C. JUEL. Mat. Tidsskr. Copenhague 1925 B, p. 73—80. Boll. dell'Unione Mat. Italiana, IV 1925, p. 49—56. Math. Annalen t. 95 (1925) p. 267—76 (cité par C).