

# QUELQUES FORMULES RELATIVES À DES SÉRIES DE GAUSS.

PAR

PAUL APPELL

à PARIS.

La définition de la constante d'Euler donne

$$C = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{h-1} - \log h + S(h),$$

où  $h$  est un entier positif quelconque et  $S(h)$  une fonction de  $h$  tendant vers zéro quand  $h$  croît indéfiniment. Cette quantité  $S(h)$  peut être exprimée à l'aide de la fonction  $\Psi(x) = \frac{d \log \Gamma(x+1)}{dx}$  de Gauss (Oeuvres t. III). On a en effet

$$\Psi(x+1) = \frac{1}{x+1} + \Psi(x) \text{ d'où}$$

$$\Psi(h-1) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{h-1} + \Psi(0)$$

et

$$C = \Psi(h-1) - \Psi(0) - \log h + S(h).$$

Comme  $C = -\Psi(0)$ ,

$$S(h) = -\Psi(h-1) + \log h$$

formule établie ici pour  $h$  entier positif; cette formule sera généralisée plus loin, elle donne actuellement

$$C = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{h-1} - \Psi(h-1).$$