GRENZPERIODISCHE FUNKTIONEN.

(Aus einem Brief an die Herausgeber.)

Von

HARALD BOHR

in KOPENHAGEN.

In seiner soeben in Acta (Bd. 50, p. 359—379) erschienenen schönen Abhandlung »On the periodic motions of dynamical systems» hat Professor Birkhoff in sehr interessanter Weise gezeigt, dass in dynamischen Problemen von zwei Freiheitsgraden Bewegungen von *fastperiodischem*[1] Charakter auftreten. Die von Birkhoff entdeckten Bewegungstypen sind jedoch nicht von dem allgemeinen fastperiodischen Charakter, sondern gehören dem speziellen Typus an, den ich *grenzperiodisch* genannt habe. Die Definition einer grenzperiodischen Funktion lautet (II, p. 141):

Eine für $-\infty < x < \infty$ definierte Funktion $G(x)$ soll »grenzperiodisch» heissen, falls sie durch reinperiodische stetige Funktionen $P(x)$ gleichmässig für alle x approximiert werden kann.

Die *grenzperiodischen* Funktionen lassen sich (II, p. 141 u. f.) als diejenige Unterklasse der fastperiodischen Funktionen charakterisieren, deren Fourierexponenten Λ_n sämtlich *rationale Multipla* einer festen Grösse sind, ebenso wie die *reinperiodischen* Funktionen die (noch viel engere) Unterklasse bilden, deren Fourierexponenten *ganze Multipla* einer festen Zahl sind.

Diese Charakterisierung der grenzperiodischen Funktionen — sowie die entsprechende der reinperiodischen — liegt recht tief; in der Tat ist zu ihrer Herleitung die Heranziehung des Fundamentalsatzes der Theorie der fastperio-

---

[1] H. BOHR, Zur Theorie der fastperiodischen Funktionen I (Acta Bd. 45), II (Acta Bd. 46), III (Acta Bd. 47). Für das Folgende kommt wesentlich nur die zweite Abhandlung in Betracht; ich werde sie einfach als II zitieren.