

SUR LES PROPRIÉTÉS ARITHMÉTIQUES DES CUBIQUES PLANES DU PREMIER GENRE.

Par

TRYGVE NAGELL

à OSLO.

I.

Généralités.

1. *Introduction.* Le point (x, y, z) de la courbe algébrique en coordonnées homogènes $f(x, y, z) = 0$ est appelé point rationnel quand les coordonnées sont proportionnelles à trois nombres rationnels. Les points rationnels à l'infini sont donnés par l'équation $f(x, y, 0) = 0$.

Deux courbes algébriques à coefficients rationnels sont dites *équivalentes* quand elles sont reliées par une *transformation birationnelle à coefficients rationnels*. Les courbes équivalentes ont le même genre.

Dans l'étude des points rationnels des courbes algébriques, c'est plutôt le *genre* que le degré qui intervient. Le problème de trouver les points rationnels d'une courbe algébrique unicursale est complètement résolu.¹ Au contraire, les résultats sur les points rationnels des courbes de genre ≥ 1 sont très incomplets. Les résultats les plus importants sur les courbes du premier genre sont dus à POINCARÉ², à HURWITZ³ et à M. MORDELL⁴. Poincaré a montré qu'une courbe

¹ Voir D. HILBERT et A. HURWITZ, »Ueber die diophantischen Gleichungen vom Geschlecht Null», *Acta Mathematica*, t. 14, p. 217 (1890).

² H. POINCARÉ: »Sur les propriétés arithmétiques des courbes algébriques», *Journal de Mathématiques*, 5^e série, t. 17, p. 161 (1901).

³ A. HURWITZ: »Ueber ternäre diophantische Gleichungen dritten Grades», *Vierteljahrsschrift d. Naturf. Gesellschaft in Zürich*, t. 62, p. 207 (1917).

⁴ L. J. MORDELL, »On the rational solutions of the indeterminate equations of the third and fourth degrees», *Proc. of the Cambridge Philos. Soc.*, vol. XXI, p. 179 (1922).

Pour la Bibliographie détaillée de notre sujet voir L. E. DICKSON, *History of the theory of numbers*, vol. II, Washington 1920.

Voir aussi ma monographie »L'Analyse Indéterminée de degré supérieur», qui paraîtra prochainement dans la Collection »Mémorial des Sciences Mathématiques».