# SUR LA SÉRIE DE DIRICHLET ET LA SÉRIE DE FACULTÉS.

PAR

G. MITTAG-LEFFLER.

Extrait d'une lettre à M. N. E. NÖRLUND.

Je viens de trouver parmi mes papiers de l'année 1910 la note suivante que vous trouverez peut être avoir encore quelque intérêt.

Dans une conférence que j'ai faite au congrès de Rome[1] j'ai communiqué le théorème suivant:

$$(1) \qquad FA(x-a) = \lim_{\alpha=0} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{c_\nu}{\lfloor \underline{\alpha\nu}} (x-a)^\nu; \quad a \text{ réel positif.}$$

Dans une lettre intéressante que M. M. RIESZ m'a adressée[2] il démontre entre autres théorèmes concernant les séries de Dirichlet et qui sont analogues à ceux que j'avais démontrés pour les séries de puissances, le théorème remarquable que voici:

$$(2) \quad fa(s) = \lim_{\alpha=0} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{k_\nu}{\lfloor \underline{\alpha\lambda_\nu}} e^{-\lambda_\nu s} : 0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \cdots \lambda_{\nu+1} < \cdots \lim_{\nu=\infty} \lambda_\nu = \infty.$$

Dans mon théorème $FA(x)$ désigne la branche uniforme d'une fonction monogène $F(x)$ qu'on obtient en continuant la série $\mathfrak{P}(x-a) = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu (x-a)^\nu$ le long de chaque vecteur sorti de zéro jusqu'au premier point singulier. Chez M. Riesz $fa(s)$ est la branche uniforme d'une fonction monogène $f(s)$ qu'on obtient en con-

[1] „Sur la représentation arithmétique des fonctions analytiques générales d'une variable complexe". Atti del IV congresso internazionale dei matematici. (Roma 6—11 Aprile 1908.) Vol. I page 82.

[2] 6 Octobre 1910 „Sur la représentation analytique des fonctions définies par des séries de Dirichlet". Voir Acta Mathematica t. 35 pages 253—270.