# ÜBER DEN RANG VON KURVEN
## $y^2 = x(x + a)(x + b)$.

Von

A. WIMAN
in LUND.

## I.

1. Wenn man die rationalen Punkte auf einer kubischen Kurve vom Geschlechte $p = 1$ mit rationalen Koeffizienten aufsuchen will, so spielt es eine Hauptrolle, dass auch der dritte Punkt, der auf der Verbindungslinie von zwei rationalen Punkten liegt, rational sein muss. Insbesondere gilt dies für die Tangente in einem rationalen Punkte. In solcher Weise führt die Existenz eines einzigen rationalen Punktes, wenn dieser kein Wendepunkt ist, mit sich die Existenz anderer rationalen Punkte in endlicher oder unendlicher Anzahl, für welche der Punkt als Basispunkt bezeichnet werden kann. Als Rang der Kurve bezeichnete nun H. POINCARÉ[1] die Minimalzahl von Basispunkten, welche nötig sind, um aus denselben sämtliche rationale Punkte der Kurve abzuleiten. Ohne Beweis nahm POINCARÉ den Rang als stets endlich an. Den wichtigsten Fortschritt in dieser Theorie ist L. J. MORDELL[2] zu verdanken, indem es 1922 diesem Verfasser gelang einen Beweis für die obige Annahme aufzufinden. Aus der Endlichkeit des Ranges folgt aber keineswegs die Existenz einer oberen Grenze für ihn, und eine solche Grenze kennt man noch nicht. Später sind wohl die wichtigsten Arbeiten, welche diese Frage betreffen, diejenigen von WEIL, in denen Verallgemeinerungen von MORDELLS Satz gegeben werden, und überdies der Beweis für diesen Satz vereinfacht wird.[3]

---

[1] Journal de Mathématiques, Ser. 5, Bd. 7 (1901).

[2] Proc. of the Cambridge Philos. Society, Bd. 21.

[3] Sieh hierzu das eingehende Referat von G. BILLING in seiner Inauguraldissertation, »*Beiträge zur arithmetischen Theorie der ebenen kubischen Kurven vom Geschlechte eins*» (Königl. Sozietät der Wissenschaften zu Uppsala, 1938). Diese Arbeit enthält eine Einleitung, welche zur Einführung in die Theorie wohl geeignet sein dürfte.