ANALYSE DE LA LOI ASYMPTOTIQUE DE LA DISTRIBUTION DES NOMBRES PREMIERS GÉNÉRALISÉS. I.

MÉMOIRE DÉDIÉ À M. HOLMGREN

PAR

ARNE BEURLING

à UPSAL.

§ 1. Introduction.

Le problème.

A toute suite de nombres réels (y):

$$1 < y_1 < y_2 < \cdots < y_n < \cdots \tag{1}$$

on peut associer une suite nouvelle (x):

$$1 < x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n \leq \cdots \tag{2}$$

formée par l'ensemble des produits

$$x = y_{n_1} y_{n_2} \cdots y_{n_\nu}, \qquad n_1 \leq n_2 \leq \cdots \leq n_\nu, \quad \nu \geq 1 \tag{3}$$

avec la convention que tout nombre x figure dans (2) autant de fois qu'il y a de représentations (3) distinctes. Nous appellerons (y) les nombres premiers de la suite (x) et désignerons par $\pi(x)$ le nombre des $y_n \leq x$ et par $N(x)$ le nombre des $x_n \leq x$. Si (y) s'identifie avec l'ensemble des nombres premiers ordinaires 2, 3, 5, 7, 11, ... on obtient pour (x) la suite des nombres naturels supérieurs à 1 et on aura

$$N(x) = x + O(1) \tag{4}$$

et, d'après le théorème célèbre de MM. HADAMARD et DE LA VALLÉE-POUSSIN,