ÜBER PSEUDOBEWERTUNGEN. I.

Von

KURT MAHLER

in Groningen.

Während die Henselschen p-adischen Zahlen sich bekanntlich auf sehr einfache Weise in die Theorie der *bewerteten Körper* einordnen lassen, ist eine analoge Theorie der *bewerteten Ringe*, die die Lehre von den Henselschen g-adischen Zahlen umfasst, anscheinend weniger bekannt geblieben. Man gelangt zu derselben durch die folgende einfache Erweiterung des Bewertungsbegriffes:

Sei nämlich R ein beliebiger kommutativer Ring mit Einselement, der auch Nullteiler besitzen darf, $W(a)$ eine Funktion der Elemente a aus R, die stets nichtnegativ reell ist und den beiden Funktionalungleichungen

$$W(a-b) \leq W(a) + W(b),$$

$$W(a\,b) \leq W(a)\,W(b)$$

für alle Elementenpaare a, b aus R genügt. Ganz wie üblich zeigt man, dass sich R oder allgemeiner ein Unterring von R zu einem perfekten Ring in bezug auf die Funktion $W(a)$, die ich eine »*Pseudobewertung*» nenne, erweitern lässt. Im Unterschied zu der Theorie der bewerteten Körper ist es hier möglich, aus bekannten Pseudobewertungen neue abzuleiten; so ist vor allem die Summe mehrerer Pseudobewertungen wieder eine. Genügen die Pseudobewertungen, die in dieser Summe als Summanden auftreten, einer gewissen Unabhängigkeitsbedingung, so lässt sich zeigen, dass der der Summe entsprechende perfekte Ring gleich der direkten Summe der perfekten Ringe, die zu den einzelnen Summanden gehören, ist. In diesem Satz ist insbesondere als Spezialfall die Zerlegung der Henselschen g-adischen Ringe in eine direkte Summe p-adischer Ringe oder Körper enthalten, da die zu verschiedenen Primzahlen gehörigen p-adischen Be-