

SUR LA SÉRIE DE LAMBERT ET SON APPLICATION À LA THÉORIE DES NOMBRES.

PAR

S. WIGERT

à STOCKHOLM.

Introduction.

Dans ce mémoire j'écris la série de LAMBERT sous la forme

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{nz} - 1}$$

en remplaçant dans la série originale

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1 - x^n}$$

la variable x à module < 1 par e^{-z} , où il faut donc supposer $R(z) > 0$. Alors la série peut encore s'écrire

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tau(n) e^{-nz}$$

en désignant par $\tau(n)$ le nombre des diviseurs de n , et elle représente une fonction analytique $L(z)$, dont le domaine d'existence est limité par l'axe imaginaire. M. LANDAU a démontré,¹ en effet, d'une manière élégante et fort simple, que $L(z)$ devient infinie chaque fois que la variable z s'approche d'une valeur de la forme $\frac{2m\pi i}{n}$, en suivant la droite parallèle à l'axe réel.

¹ Cf. KNOFF: Journal für Mathematik, Bd. 142. La démonstration de M. LANDAU porte sur la série originale en x .