ÜBER DEN ABSOLUTEN BETRAG EINER ANALYTISCHEN FUNKTION FÜR GEGEBENE WERTE DES FUNKTIONS- ARGUMENTES.

VON

HENRIK L. SELBERG
in GJÖVIK (Norwegen).

1. Sei G eine offene Punktmenge der komplexen z -Ebene, welche aus einem oder mehreren Gebieten besteht, die sich alle ins Unendliche erstrecken ohne jedoch den Punkt $z = \infty$ als inneren Punkt zu enthalten.

Sei $f(z)$ eine in G definierte eindeutige Funktion, die in G und in jedem endlichen Randpunkt von G analytisch ist. Es sei $1 < |f(z)| < \infty$ in G und $|f(z)| = 1$ in jedem endlichen Randpunkt von G .

Indem Γ_r die Punktmenge bezeichnet, welche ein Kreis $|z| = r$ gemeinsam mit G hat, setzen wir

$$(1) \quad \lambda(r) = \int_{\Gamma_r} \log^2 |f(re^{i\varphi})| d\varphi.$$

In der vorliegenden Arbeit sollen die Beiträge abgeschätzt werden, welche die Grösse $\lambda(r)$ aus den verschiedenen Winkelräumen der Funktionsebene erhält.

2. Wir bezeichnen mit G_r die Teilmenge, welche G gemeinsam mit der Kreisfläche $|z| < r$ hat. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass der Rand von G_r für jedes endliche r aus endlich vielen analytischen Kurvenbogen besteht. Schneiden wir G_r längs den Kurven auf, wo $f(z)$ reell und positiv ist, so zerfällt G_r in endlich viele Gebiete $G_r^{(1)}, G_r^{(2)}, \dots, G_r^{(k)}$. Wir bestimmen jetzt $\log f(z) = u(z) + iv(z)$, so dass $0 \leq v(z) < 2\pi$. Dann vermittelt $w = \log f(z)$ die umkehrbar eindeutige und konforme Abbildung jedes Gebietes $G_r^{(\nu)}$ ($\nu = 1, 2, \dots, k$) auf ein Riemannsches Flächenstück $F^{(\nu)}$, das über dem durch $u > 0, 0 < v < 2\pi$ definierten Halbstreifen H der $w = u + iv$ -Ebene ausgebreitet liegt.

Wir betrachten jetzt die Überdeckung von H durch die Flächenstücke $F^{(1)}, F^{(2)}, \dots, F^{(k)}$. Nach dem Vorgang von AHLFORS¹ führen wir die Punktmen- gen A_n ,

¹ L. AHLFORS, *Zur Theorie der Überlagerungsflächen*, *Acta math.* Bd. 65.